

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2} \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

3. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

4. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$ 을 풀면?

① $x = \pm \frac{2}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$

⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

5. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=7$

▷ 정답: $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면
 $A(A-3)-28=0$
 $A^2-3A-28=0$
 $(A-7)(A+4)=0$
 $\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

6. $(x^2 + y^2 - 2)(x^2 + y^2 - 3) - 2 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x^2 + y^2 = 1$

▷ 정답: $x^2 + y^2 = 4$

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$(A - 2)(A - 3) - 2 = 0$

$A^2 - 5A + 4 = 0$

$(A - 1)(A - 4) = 0$

$A = 1$ 또는 $A = 4$

$\therefore x^2 + y^2 = 1$ 또는 $x^2 + y^2 = 4$

8. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

9. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1-k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, k = -8$$

$3x^2 - (1-k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

10. 이차방정식 $x^2 + 12x + m = 6x - 1$ 이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 + 6x + m + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - (m + 1) = 0$$

$$\therefore m = 8$$