

1. 다항식  $x^3 - 2$ 를  $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③  $-2x - 2$

④  $2x + 2$

⑤  $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은  $x$ , 나머지는  $2x - 2$

2. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, \quad b + c = 1$$

두 식을 연립하면  $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

3. 다항식  $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를  $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다.  $a$ 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서  $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

4. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

- ①  $3x^2 + 12x - 13$                       ②  $-3x^2 + 24x + 21$   
③  $3x^2 - 12x + 21$                       ④  $-3x^2 - 24x + 21$   
⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

5. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤  $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$ : 결합법칙

6. 사차식  $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식  $A$ 로 나누었더니 몫이  $x^2 - 2$ 이고 나머지가  $4x - 5$ 일 때, 이차식  $A$ 를 구하면?

①  $3x^2 - 2$

②  $3x^2 - 1$

③  $3x^2$

④  $3x^2 + 1$

⑤  $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

7.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

①  $-6$       ②  $-4$       ③  $-2$       ④  $0$       ⑤  $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

8. 세 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ ,  $abc = -1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값은?

㉠ 11      ㉡ 12      ㉢ 13      ㉣ 14      ㉤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

9.  $k$ 의 값에 관계없이  $(3k^2 + 2k)x - (k + 1)y - (k^2 - 1)z$ 의 값이 항상 1일 때,  $x + y + z$ 의 값은?

① -3      ② 0      ③ 3      ④ 6      ⑤ 8

해설

주어진 식을  $k$ 에 대하여 정리하면

$$k^2(3x - z) + k(2x - y) - (y - z) = 1$$

위 식이  $k$ 의 값에 관계없이 성립하므로  $k$ 에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x - z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ z - y = 1 & \sim \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$x = 1, y = 2, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 6$$

10.  $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$   
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면  
계수들의 총합  $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에  $x = 1$ 을 대입한  
결과와 같으므로 항등식의 성질에서  
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

11. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 1, 2이다.  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나누었을 때의 몫이  $Q(x)$ 일 때,  $f(x)$ 를  $x-3$ 으로 나눈 나머지는?

- ①  $Q(3)+3$                       ②  $Q(3)+4$                       ③  $2Q(3)+3$   
④  $2Q(3)+4$                       ⑤  $Q(3)$

해설

$f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 몫이  $Q(x)$ 일 때, 나머지를  $ax+b$ 라고 하면

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = 1 \text{에서 } a + b = 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(2) = 2 \text{에서 } 2a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = 1, b = 0$$

$$\therefore f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x$$

$$f(x) \text{를 } x-3 \text{으로 나눈 나머지는 } f(3) \text{이므로 } f(3) = 2Q(3) + 3$$

12. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{ 라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

13.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ = (x + 2)(x - 1)Q(x)$$

인수정리에 의해  $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

14.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $i = 1$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & a & b & c & \\ & & d & e & f & \\ \hline & 1 & g & h & \boxed{i} & \end{array}$$

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

**해설**

다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & a & b & c & \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 & \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & \boxed{a+b+c+1} & \end{array}$$

이때  $a+b+c+1 = 1$ 이므로  
 $a+b+c = 0$   
 따라서 ③이다.

15. 다음 중  $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$  의 인수가 아닌 것은?

①  $x + y$

②  $-x - y$

③  $x + y - 2$

④  $x - y$

⑤  $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

16.  $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

②  $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③  $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④  $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤  $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\therefore, (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

17.  $a^2 + ab + a - b - 2$ 의 인수로 적당한 것은?

①  $a - b - 2$

②  $a + b - 2$

③  $a + b + 2$

④  $a + 1$

⑤  $b + 1$

해설

$a$ 에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 + ab + a - b - 2 \\ &= a^2 + (b + 1)a - b - 2 \\ &= (a + b + 2)(a - 1)\end{aligned}$$

18.  $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때,  $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

19.  $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 을 간단히 하면?

①  $4^8 + 3^8$

②  $4^{15} - 3^{15}$

③  $4^{15} + 3^{15}$

④  $4^{16} - 3^{16}$

⑤  $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8) \\ &= (4^8-3^8)(4^8+3^8) \\ &= 4^{16}-3^{16} \end{aligned}$$

20. 세 변의 길이가  $a, b, c$  인  $\triangle ABC$ 에 대하여  $a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c$ 인 관계가 성립할 때,  $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$$a^2 - ab + b^2 = (a + b - c)c \text{에서 } a^2 - ab + b^2 = ac + bc - c^2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\text{즉, } \frac{1}{2} \left\{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \right\} = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서,  $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

21.  $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니  $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.  
이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2      ② 2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

22.  $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $x = a - 2b + 3c$ ,  $y = b - 2c + 3a$ ,  $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때,  $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$a + b + c = 1$ 이므로

$$x + y + z = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2$$

$$\therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3$$

$$= (x + y + z)^2 + 3$$

$$= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

23.  $n$ 이 자연수일 때,  $x^{2n}(x^2 + ax + b)$ 를  $(x + 2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $4^n(x + 2)$ 가 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a + b$ 의 값을 구하면?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} \text{( i ) } f(x) &= x^{2n}(x^2 + ax + b) \\ &= (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2) \end{aligned}$$

$$f(-2) = 4^n(4 - 2a + b) = 0$$

$$\therefore b = 2a - 4$$

$$\begin{aligned} \text{( ii ) } f(x) &= x^{2n}(x^2 + ax + 2a - 4) \\ &= x^{2n}(x + 2)(x + a - 2) \\ &= (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2) \end{aligned}$$

$$\therefore x^{2n}(x + a - 2) = (x + 2)Q(x) + 4^n$$

$x = -2$ 를 대입하면

$$4^n(-4 + a) = 4^n, -4 + a = 1$$

$$\therefore a = 5$$

$$b = 2a - 4 \text{ 에서 } b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

24. 다음 중에서  $2x^3 - (4a + 3)x^2 + 2(3a - 1)x + 4a$ 의 인수인 것은?

①  $2x + 1$

②  $x + 2$

③  $x + 2a$

④  $x + a$

⑤  $2x - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 - (4a + 3)x^2 + 2(3a - 1)x + 4a \\ &= 2x^3 - 4ax^2 - 3x^2 + 6ax - 2x + 4a \\ &= (2x^3 - 3x^2 - 2x) - 2a(2x^2 - 3x - 2) \\ &= x(2x^2 - 3x - 2) - 2a(2x^2 - 3x - 2) \\ &= (2x^3 - 3x - 2)(x - 2a) \\ &= (x - 2a)(2x + 1)(x - 2) \end{aligned}$$

25. 다음 중  $\left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 - 1$  의 값과 같은 것은?

- ①  $\frac{3^2 \times 997^3}{10}$
- ②  $\frac{3^2 \times 997^6}{10}$
- ③  $-\frac{3^2 \times 997^3}{10}$
- ④  $-\frac{3^2 \times 997}{10^6}$
- ⑤  $-\frac{3^2 \times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서  $\frac{997}{1000}$  과  $\frac{3}{1000}$  을 더해보면  $\frac{997+3}{1000} = 1$  이므로

$a = \frac{997}{1000}$ ,  $b = \frac{3}{1000}$ ,  $c = -1$  이라 하면

$a + b + c = 0$  이 된다.

따라서  $a + b + c = 0$  이므로

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 에서 } a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

임을 이용하면

$$a^3 + b^3 + c^3 = \left(\frac{997}{1000}\right)^3 + \left(\frac{3}{1000}\right)^3 + (-1)^3 \text{ 의 값은}$$

$$3abc = 3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) \text{ 와 같으므로}$$

구하는 값은

$$3 \times \frac{997}{1000} \times \frac{3}{1000} \times (-1) = -\frac{3^2 \times 997}{10^6}$$