1. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $A \ominus B$와 $A \otimes B$을 다음과 같이 정의하기로 한다.

$A \ominus B = A - 3B,\ A \otimes B = (A+B)B$

$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3,\ Q = x^3 + x^2y + xy^2$이라 할 때, $(P \ominus Q) \otimes Q$를 x, y에 관한 다항식으로 나타내면?

① $x^4y^2 + xy^5$　　② $x^4y^2 - xy^5$　　③ $x^3y^2 - xy^4$

④ $x^3y^2 + xy^4$　　⑤ $2x^3y^2 - xy^4$

해설

정의에 따라 $(P \ominus Q) \otimes Q$를 변형하면

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \cdots \text{①}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&P - 2Q \\ &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3\end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned}(P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5\end{aligned}$$

2. 다항식 $A = x^2 - x + 1$, $B = 3x^2 - 2x - 1$에 대하여 $X + 2A = B$를 만족하는 다항식 X를 구하면?

① $x^2 + 3x + 1$　② $x^2 - 1$　③ $x^2 - 3$

④ $x^2 + 1$　⑤ $2x^2 - x + 1$

해설

$$
\begin{aligned}
X &= B - 2A \\
&= (3x^2 - 2x - 1) - 2(x^2 - x + 1) \\
&= x^2 - 3
\end{aligned}
$$

해설

3. 두 다항식 $A,\ B$ 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A,B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$㉠
$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$㉡
(㉠ + ㉡) $\div 3$: $A=x^3-x^2+x+2$
(2㉠ − ㉡) $\div 3$: $B=-2x^3-x^2+3x+3$

4. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$ ② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$ ④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$(2A - B) + C$
$= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3$
$= x^3 + 4x^2y + y^3$

해설

$(2A - B) + C$
$= x^3 + 4x^2y + y^3$

5. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$에 대하여 $A - B$의 계산결과로 맞는 식은?

① $2x - 3y - 1$　② $4x + y - 1$　③ $2x + 3y + 3$
④ $4x - 3y + 3$　⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

6. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A \triangle B = 2A + B$, $\mathrm{A} \blacktriangledown B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A \blacktriangledown (B \triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$　　② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$　　④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A \blacktriangledown (B \triangle A) &= A \blacktriangledown (2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B에 대입하여 정리한다.

7. $\{x-(y-z)\}-\{(x-y)-z\}$를 간단히 하면?

① $2y$ ② $2z$ ③ $-2y$ ④ $-2z$ ⑤ 0

해설

$\{x-(y-z)\}-\{(x-y)-z\}$
$=(x-y+z)-(x-y-z)$
$=x-y+z-x+y+z$
$=2z$

해설

8. 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$

$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$

$\therefore$ 6차 다항식

9. $(3a+3b)-2b = 3a+(3b-2b) = 3a+b$ 에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙
② 교환법칙, 결합법칙
③ 교환법칙, 분배법칙
④ 결합법칙, 분배법칙
⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) &&: \text{결합법칙}\\ &= 3a+(3-2)b &&: \text{분배법칙}\\ &= 3a+b\end{aligned}$$

10. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \text{ ㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{ ㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{ ㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \text{ ㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{ ㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙