

1. $3^2 \times 3^{\square} = 9 \times 3^5 \times 3^3$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$3^2 \times 3^{\square} = 9 \times 3^5 \times 3^3 = 3^2 \times 3^5 \times 3^3 = 3^2 \times 3^8 \quad \therefore \square = 8$$

2. $3^2 \times (3^3)^2 = 3^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$3^2 \times (3^3)^2 = 3^2 \times 3^6 = 3^8$ 이므로 $x = 8$ 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a^6 \div a^2 = a^4$ ② $b^3 \div b = b^2$ ③ $a^6 \div a^3 = a^2$
④ $a^{15} \div a^8 = a^7$ ⑤ $x^5 \div x^3 = x^2$

해설

- ① $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$
② $b^3 \div b = b^{3-1} = b^2$
③ $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$
④ $a^{15} \div a^8 = a^{15-8} = a^7$
⑤ $x^5 \div x^3 = x^{5-3} = x^2$

4. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $a^3 \times a^7 = a^{10}$

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^8$

③ $(x^2)^2 \times (x^3)^2 = x^{10}$

④ $x^2 \times y^4 \times x^6 \times y^2 = x^8 y^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{11}$

해설

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{3 \times 2} \times x^2 \times x^{2 \times 2} = x^{6+2+4} = x^{12}$

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^5 \div (x^2)^3 = \frac{1}{x}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = 1$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

② $y \div y^3 = \frac{1}{y^3}$

④ $a^6 \div a^5 = a$

해설

① $x^5 \div (x^2)^3 = x^5 \div x^{2 \times 3} = \frac{x^5}{x^6} = \frac{1}{x^{6-5}} = \frac{1}{x}$

② $y \div y^3 = \frac{y}{y^3} = \frac{1}{y^{3-1}} = \frac{1}{y^2} \neq \frac{1}{y^3}$

③ $\frac{z^2}{z^2} = z^{2-2} = z^0 = 1$

④ $a^6 \div a^5 = a^{6-5} = a$

⑤ $b^{10} \div b^{10} = 1$

6. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$

② $-125x^6y^3$

③ $-125x^3y^6$

④ $125x^3y^6$

⑤ $-125x^3y^3$

해설

$$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$$

7. 다음 중 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $2^2 \times 2^5 = 2^{10}$

㉡ $(3^2)^3 = 3^5$

㉢ $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{10}$

㉣ $(-5)^6 = 5^6$

㉤ $4^2 = 2^4$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣

해설

$2^2 \times 2^5 = 2^7$,

$(3^2)^3 = 3^6$,

$\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5}$

8. $3^x + 3^x + 3^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 3^{x+1} ② 3^{3x} ③ 27^x ④ 3^{x+2} ⑤ 3^{x+3}

해설

$$3 \times 3^x = 3^{x+1}$$

9. $2^{15} = 8^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{15} = (2^3)^x = 2^{3x}$$

$$3x = 15$$

$$\therefore x = 5$$

10. 다음 보기 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

보기

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

11. 다음 안에 알맞은 식을 구하면?

$$\square \div (-3ab^2)^3 = \frac{a^3}{3b^2}$$

① $9a^6b^4$

② $6a^3b^2$

③ $-9a^6b^4$

④ $-6a^3b^2$

⑤ $6ab^2$

해설

$$\begin{aligned}\square &= \frac{a^3}{3b^2} \times (-3ab^2)^3 \\ &= \frac{a^3}{3b^2} \times (-27a^3b^6) = -9a^6b^4\end{aligned}$$

12. $\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 양수 a, b, c, d 가 있을 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^{2a}y^8}{b^2z^6} = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$$

$$a=2, b=4, c=8, d=6$$

$$\therefore a+b+c+d=20$$

13. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2^{10}(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10) \\ &= 2^{10}(2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1) \\ &a = 18, \quad b = 4, \quad c = 2, \quad d = 1 \\ &\therefore a + b + c + d = 25 \end{aligned}$$

14. $\left(\frac{a^2b^y}{a^xb^3}\right)^2 = \frac{b^6}{a^4}$ 에서 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\left(\frac{a^2b^y}{a^xb^3}\right)^2 = \frac{b^6}{a^4}$$

$$\frac{a^4b^{2y}}{a^{2x}b^6} = \frac{b^6}{a^4}$$

$$2x - 4 = 4$$

$$\therefore x = 4$$

$$2y - 6 = 6$$

$$\therefore y = 6$$

$$\therefore x - y = 4 - 6 = -2$$

15. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8 자리의 수 ② 9 자리의 수 ③ 10 자리의 수
④ 11 자리의 수 ⑤ 12 자리의 수

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10 자리의 수이다.

16. 다음 대화에서 선생님의 질문에 답하여라.

선생님 : 제가 여러분에게 카드를 4 장 나눠드리고 제가 한 장은 가지고 있겠습니다. 5 장 카드의 곱은 $2^9 \times 3^8$ 입니다.
제가 가지고 있는 카드의 값을 맞춰보세요.
영수 : 내 카드에는 2^2 이 적혀 있어.
인호 : 내 카드에는 $(3^2)^2$ 이 적혀 있네.
민수 : 내 것은 $(2^3)^2$ 이 적혀 있어.
익수 : 내 것은 3^3 이네.
이제 한번 풀어보자.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

영수 2^2 , 인호 $(3^2)^2 = 3^4$, 민수 $(2^3)^2 = 2^6$, 익수 3^3 , 선생님 x
 $2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^3 \times x = 2^9 \times 3^8$
 $2^{2+6} \times 3^{4+3} \times x = 2^8 \times 3^7 \times x = 2^9 \times 3^8$
 $x = 2 \times 3 = 6$
선생님이 가지고 있는 카드의 값은 6 이다.

17. 다음 ㉠ ~ ㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\text{㉠}}}{\text{㉡}y^5}\right)^{\text{㉢}}=\frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$2 \times \text{㉢} = 8, \therefore \text{㉢} = 4$

$\text{㉠} \times 4 = 12, \therefore \text{㉠} = 3$

$\text{㉡}^4 = 16, \therefore \text{㉡} = 2$

18. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

- ① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100} \left(1 - \frac{1}{4} \right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a \end{aligned}$$

19. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 자리의 수이다.

20. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$
따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.