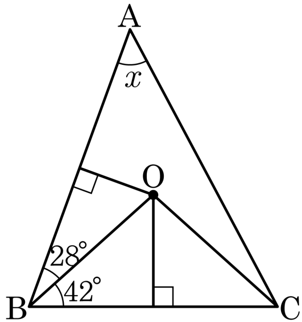
1. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 48 °

해설

보조선 $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 그으면

$\triangle\mathrm{OAB}$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{OAB} = 28°$

$\triangle\mathrm{OBC}$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle\mathrm{OCB} = 42°$

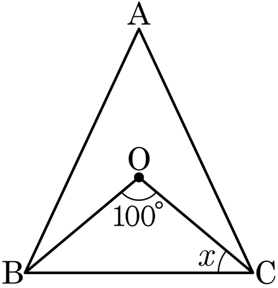
$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 96°,\ \angle\mathrm{AOB} = 124°,\ \angle\mathrm{AOC} = 140°$

$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 $180°$ 이므로

$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = 20°$

따라서 $x = 28° + 20° = 48°$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

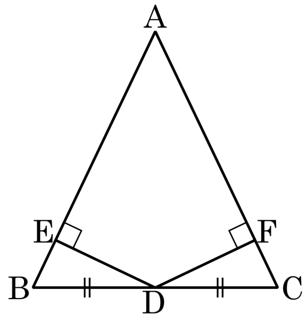


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle \mathrm{OBC} = \angle \mathrm{OCB}$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EB} = \overline{FC}$

② $\angle EBD = \angle FCD$

③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

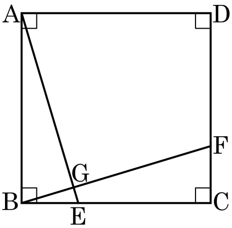
④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

4. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle GBE + \angle BEG$ 의 크기는?



① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$

④ $100°$ ⑤ $110°$

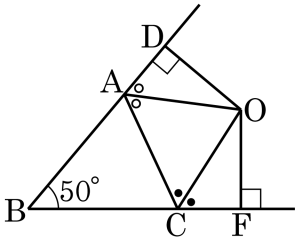
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\angle GBE = \angle FBC = \angle EAB$, $\angle GEB = \angle AEB = \angle BFC$, $\angle EAB + \angle BFC = 90°$

$\therefore 90°$

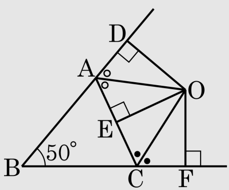
5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

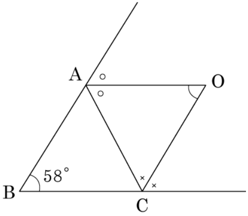
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a$, $\angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore$ $\angle a + \angle b = 65°$ $\therefore$ $\angle AOC = 65°$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 58°$ 이고 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 할 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 61°

해설

$\angle BAC + \angle BCA = 180° - 58° = 122°$

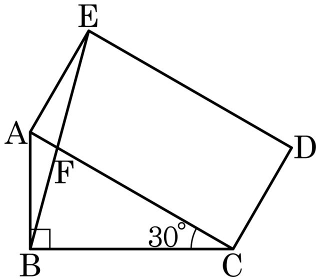
$\angle BAC + \angle BCA + 2\angle OAC + 2\angle ACO = 360°$

$2(\angle OAC + \angle ACO) = 360° - 122° = 238°$

$\angle OAC + \angle ACO = 119°$

$\therefore \angle AOC = 180° - 119° = 61°$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad °}$

▷ **정답 :** $30\underline{°}$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

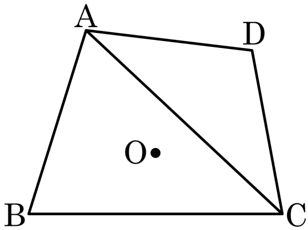
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

8. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



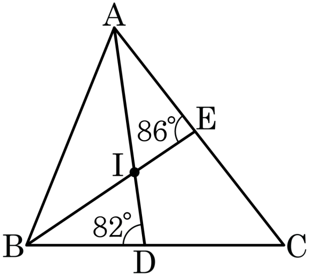
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 180°

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면
점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형
$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$
$\therefore\ \angle AOC = 2x$
점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형
$\angle OAD = \angle ODA,\ \angle ODC = \angle OCD$
$\square AOCD$ 에서
$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360°$ 이므로
$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360° - \angle AOC$
$2y = 360° - 2x,\ x + y = 180°$
$\therefore\ \angle ABC + \angle ADC = 180°$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. $\angle \mathrm{ADB} = 82°$, $\angle \mathrm{AEB} = 86°$일 때, $\angle \mathrm{C} = ($ $)°$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____°

▷ 정답 : 52°

해설

$\angle \mathrm{A} = 2\angle x$, $\angle \mathrm{B} = 2\angle y$라 하면, $\triangle$ABE에서

$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots$ ㉠

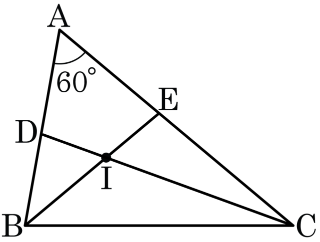
$\triangle$ADB에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$

$\triangle$ABC에서 $60° + 68° + \angle \mathrm{C} = 180°$이다.

$\therefore\ \angle \mathrm{C} = 52°$

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 180 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 120°$, $\angle DIE = 120°$.

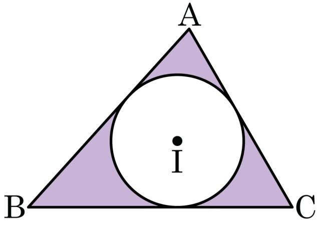
□ADIE 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$, $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.

11. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 20cm 이고, 원 I 의 둘레의 길이가 8πcm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $(40 - 16\pi)$ cm^2

해설

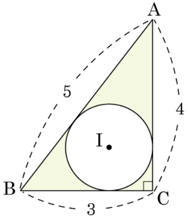
원 I 의 둘레가 8πcm 이므로 반지름은 4cm 이다. 그러므로 원의 넓이는 $\pi 4^2 = 16\pi(cm^2)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 20 = 40(cm^2)$ 이므로

색칠한 부분의 넓이는 $(\triangle ABC) - ($원 I 의 넓이$)$ 이다.

$\therefore\ 40 - 16\pi(cm^2)$

12. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle$ABC 의 내심일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



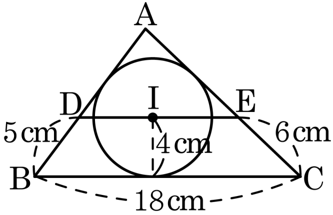
▶ 답 :

▷ 정답 : $6-\pi$

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times r\times(5+4+3)$ 이고 $r=1$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 ($\triangle$ABC 의 넓이) − (원 I 의 넓이) $=\frac{1}{2}\times3\times4-\pi=6-\pi$ 이다.

13. 점 I는 $\triangle ABC$의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm이다. 점 I를 지나 밑변 BC의 평행한 직선 DE를 그을 때, $\square DBCE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $58\underline{\text{ cm}^2}$

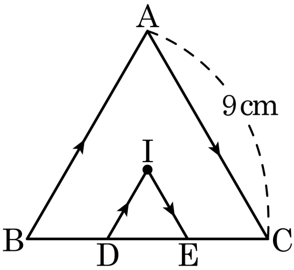
해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$이다.

따라서 사다리꼴 DBCE의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

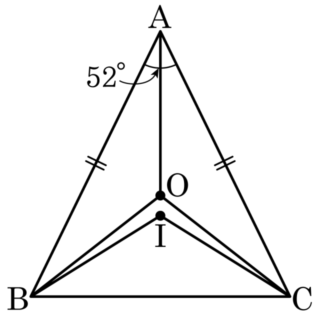
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \dfrac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 6°

해설

외심의 성질에 의해

$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52° = 104°$ 이고,

내심의 성질에 의해

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 52° = 116°$

또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$

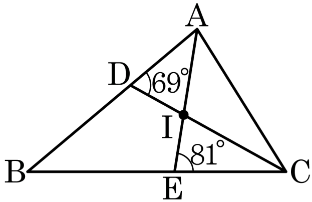
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 104°) = 38° \cdots$ ㉠

$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 116°) = 32° \cdots$ ㉡

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38° - 32° = 6°$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\angle$ADI $= 69\,°$, $\angle$CEI $= 81\,°$ 일 때, $\angle$B 의 크기를 구하여라.

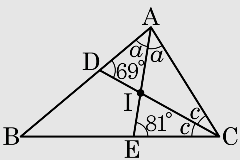


▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이므로
$\angle$BAE $=$ $\angle$CAE $= a$, $\angle$ACD $=$ $\angle$BCD $= c$ 라 하면



$\triangle$AEC 에서 외각의 성질에 의해 $\angle$CAE $+$ $\angle$ACE $=$ $\angle$AEB 이므로 $a + 2c = 99\,° \cdots$ ㉠
$\triangle$ADC 에서 외각의 성질에 의해 $\angle$CAD $+$ $\angle$ACD $=$ $\angle$CDB 이므로 $2a + c = 111\,° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 더하면 $3a + 3c = 210\,°$ 즉, $a + c = 70\,°$
$\therefore$ $\angle$B $= 180\,° - 2(a + c) = 180\,° - 140\,° = 40\,°$