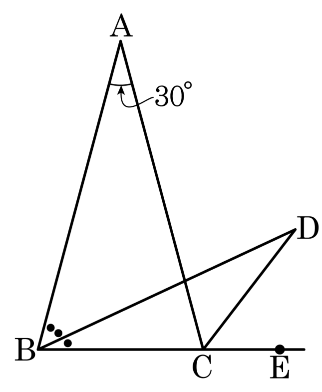
1. 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 삼등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D 라 할 때, $\angle BDC$ 의 크기는?

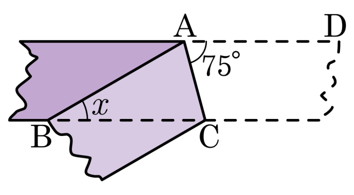


① $25°$　② $27.5°$　③ $30°$　④ $32.5°$　⑤ $35°$

해설

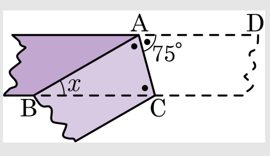
$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C = (180° - 30°) \div 2 = 75°$ 이므로 $\angle DBC = 75° \div 3 = 25°$
그리고 $\angle ACE = 180° - 75° = 105°$, $\angle ACD = 105° \div 2 = 52.5°$
따라서 $\angle BDC = 180° - (25° + 75° + 52.5°) = 27.5°$

2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle CAD = 75°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



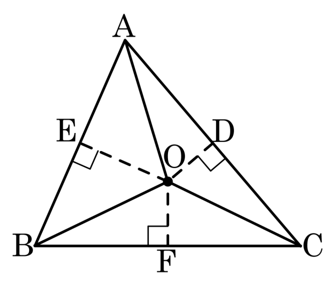
① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설



$\angle DAC = \angle CAB = 75°$ (종이 접은 각)
$\angle DAC = \angle ACB = 75°$ (엇각)
따라서 $\triangle ABC$ 는 밑각의 크기가 $75°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변 삼각형이다.
$\therefore\ \angle x = 180° - 75° - 75° = 30°$

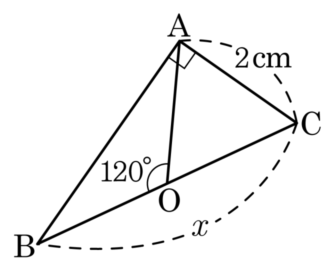
3. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① △OBE ≡ △OBF ② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE ④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설
△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

4. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?

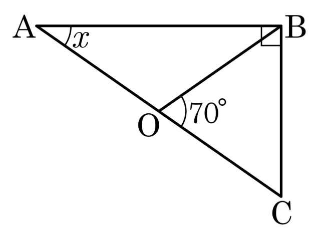


① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60°(\because 180° - \angle AOB)$
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$
$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

5. 다음 그림의 직각삼각형에서 점 O 는 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 32°　② 35°　③ 38°　④ 42°　⑤ 45°

해설

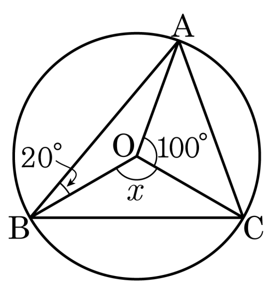
직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이다.

$\angle \mathrm{AOB} = 180° - \angle \mathrm{COB} = 110°$

$\triangle \mathrm{AOB}$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$)

$\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = 35°$

6. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?

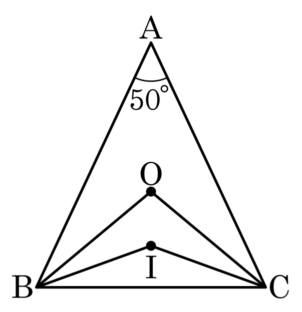


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 40°$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 20°$
$\therefore\ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

7. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

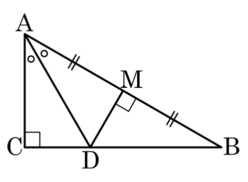


① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $32°$

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50° = 100°$ 이고,
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20°$

8. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D 에서 만날 때, $\angle MAD$ 의 크기는?

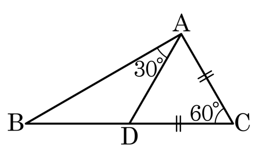


① 10°　② 20°　③ 30°
④ 40°　⑤ 50°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA합동),
$\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS합동) 이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM$
한편 $\angle ADC + \angle ADM + \angle BDM = 180^\circ$ 이므로
$\angle ADC = \angle ADM = \angle BDM = 60^\circ$
따라서 $\angle MAD = 30^\circ$ 이다.

9. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



㉠ $\angle ADC = 50°$

㉡ $\angle A = 90°$

㉢ $\angle ABD = 40°$

㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

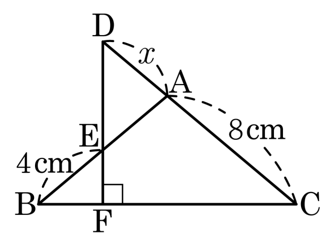
㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤　⑤ ㉢, ㉤

해설

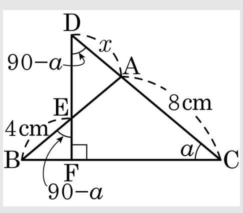
$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



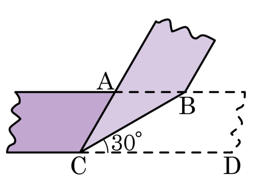
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90-a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90-a$ 이다.
즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD}=\overline{AE}=x(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AB}=4+x=8=\overline{AC}$ 이므로 $x=4(\text{cm})$ 이다.

11. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

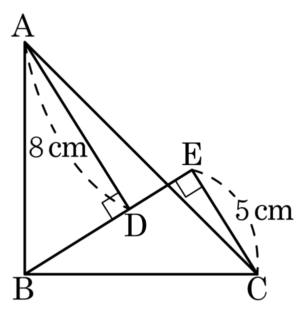


① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$
④ $130°$ ⑤ $140°$

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$
$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)
$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형이다. $\angle ADB = \angle BEC = 90°$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



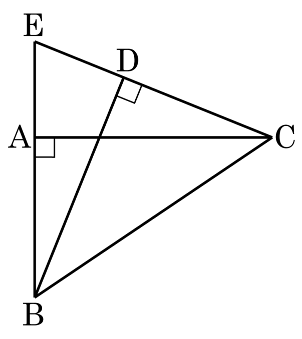
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABD$와 $\triangle BCE$에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC}$
$\angle ABD = \angle BCE$
$\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동)
$\overline{BD} = \overline{CE} = 5\text{cm}$
$\overline{BE} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34°$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



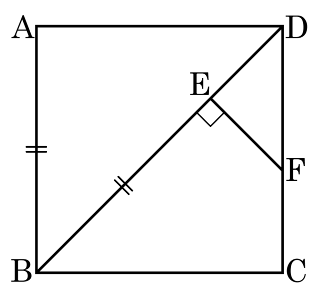
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : 68 $\underline{°}$

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90°$,
$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)
$\angle ABC = 90° - 34° = 56°$, $\angle DBC = \angle ACB = 34°$
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56° - 34° = 22°$
$\triangle EBD$ 에서
$\angle E + \angle ABD = 90°$
$\therefore\ \angle E = 90° - 22° = 68°$

14. 다음 그림과 같이 한 변이 3 인 정사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위에 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, E 를 지나 $\overline{BD}$ 에 수직인 직선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $3\overline{DF} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{CF}$ 의 값을 구하여라.

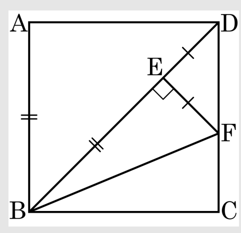


▶ 답 :

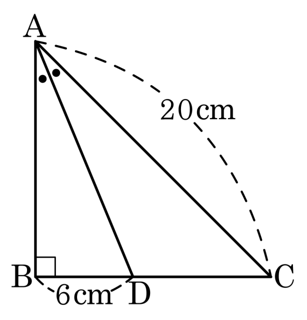
▷ 정답 : 9

해설

$\angle EDF = \angle EFD = 45°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF}$ $\cdots$ ①,
$\triangle BEF \equiv \triangle BCF$(RHS합동) 이므로 $\overline{EF} = \overline{CF}$ $\cdots$ ②
$\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{CF}$
$\therefore 3\overline{DF} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{CF} = 3\overline{DF} + 3\overline{CF} = 9$



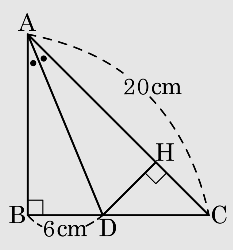
15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

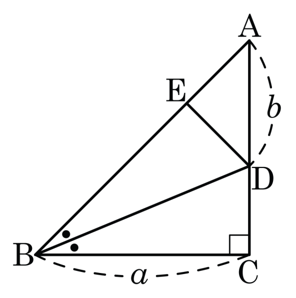
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

16. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a - b$　　② $2a - b$　　③ $2b - a$

④ $a + b$　　⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

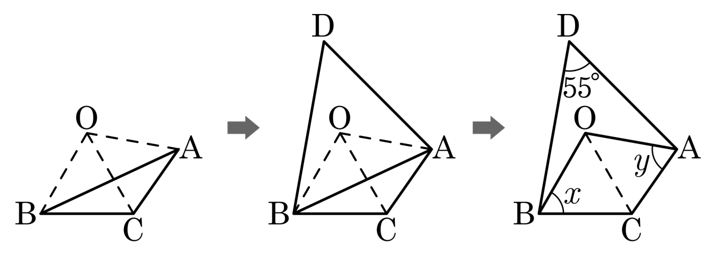
$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$

$\overline{AB} = \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b$

$= 2a - b$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

17. 점 O 를 외심으로 하는 $\triangle$ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 $\triangle ABD$ 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



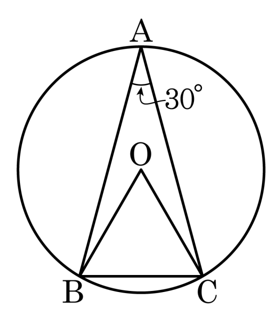
▶ 답 : °

▷ 정답 : 125°

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
$\square AOBC$ 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

18. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\mathrm{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle\mathrm{BAC}=30^\circ$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

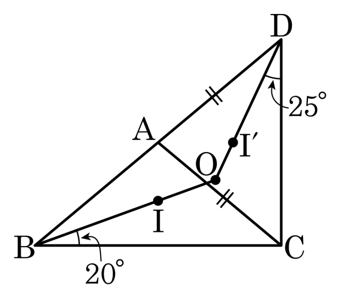


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle\mathrm{BOC}=2\angle\mathrm{A}=2\times30^\circ=60^\circ$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times3^2\times\frac{60}{360}=\frac{3}{2}\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

19. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ 답: ______ °

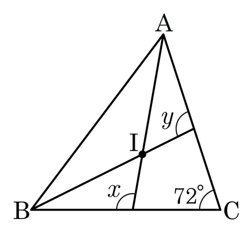
▷ 정답: 40 °

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$
즉, $\angle ABC = 40°$
점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$
즉, $\angle CDA = 50°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$
$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해
$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle ACB &= 180° - (\angle ABC + \angle CAB) \\ &= 180° - (40° + 100°) \\ &= 40° \end{aligned}$$

20. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

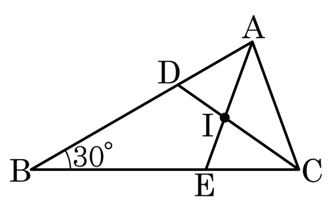


① 190° ② 191° ③ 192° ④ 194° ⑤ 198°

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle a + \angle b = 54^\circ$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72^\circ) + (\angle b + 72^\circ) = \angle a + \angle b + 144^\circ = 198^\circ$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

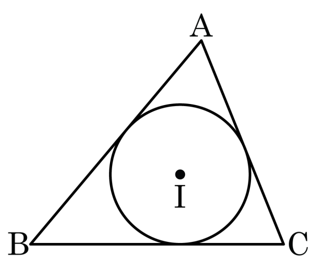
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

$\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

22. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 16π cm^2

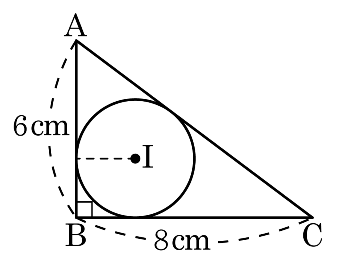
해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$

반지름의 길이는 4cm 이다.

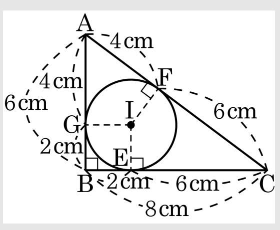
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



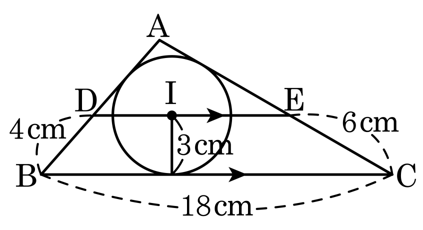
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2 cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,cm$ 이다.
$\overline{AD} = 4\,cm, \overline{EC} = 6\,cm$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,cm)$ 이다.

24. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



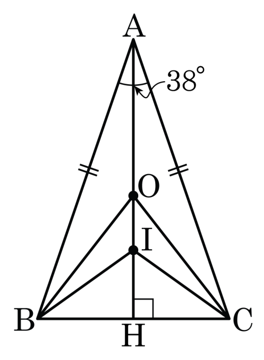
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $42\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\quad \therefore\ \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\mathrm{cm}$ 가 된다.
사각형 DBCE 에서 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle \mathrm{A} = 38°$ 일 때,$\angle \mathrm{OBI}$ 의 크기는?



① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$ ④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle \mathrm{BOC} = 2 \times \angle \mathrm{BAC} = 2 \times 38° = 76°$

$\therefore \angle \mathrm{OBC} = 52°$

$\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC} = 109°$,

$\angle \mathrm{IBH} = \frac{1}{2} \times \angle \mathrm{ABC} = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle \mathrm{OBI} = \angle \mathrm{OBC} - \angle \mathrm{IBH} = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$