1. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

2. 다음 중 닮음이 아닌 것은?

① 한 밑각의 크기가 같은 두 이등변삼각형

② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

③ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형

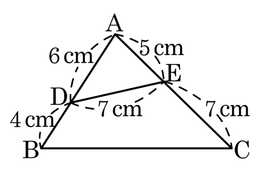
④ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형

⑤ 반지름의 길이가 다른 두 구

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 13cm ② 14cm ③ 15cm

④ 16cm ⑤ 17cm

해설

$\angle A$ 는 공통

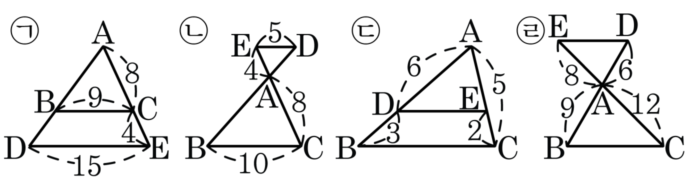
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$, $\angle A$ 는 공통 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(SAS닮음)

$2 : 1 = \overline{BC} : 7$

$\overline{BC} = 14(\text{cm})$

4. 다음 그림 중 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 인 것을 두 가지 고르면?

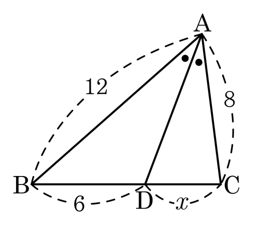


① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

㉡ $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{ED} = \overline{AC} : \overline{CB}$ 이다.
$4 : 8 = 5 : 10$ 이므로 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다.
㉣ $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB}$ 이다.
$8 : 12 = 6 : 9$ 이므로 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?

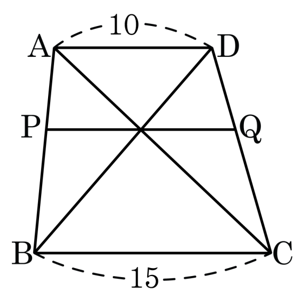


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 에서 $12 : 8 = 6 : x$, $12x = 48$ $\therefore x = 4$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{PQ}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 10.5 ② 11 ③ 12 ④ 12.5 ⑤ 13

해설

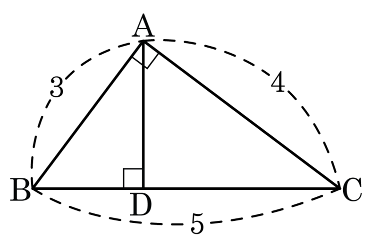
$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 R라고 하면
$\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$, $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PR} : \overline{BC}$이므로 $2 : 5 = \overline{PR} : 15$
$\overline{PR} = 6$
그런데 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PR} : \overline{BC} = \overline{DQ} : \overline{DC} = \overline{RQ} : \overline{BC}$이므로
$\overline{RQ} = \overline{PR} = 6$
$\therefore \overline{PQ} = 12$

7. 다음 중 사각형과 그 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 모양이 제대로 연결되지 <u>않은</u> 것은?

① 등변사다리꼴 - 마름모
② 평행사변형 - 평행사변형
③ 직사각형 - 마름모
④ 마름모 - 마름모
⑤ 정사각형 - 정사각형

해설
④ 마름모의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이다.

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라고 할 때, △ABD, △CAD, △CBA 의 넓이의 비는?



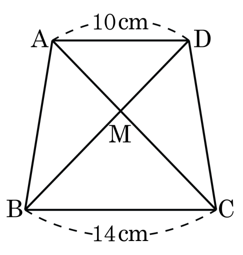
① 1 : 2 : 3 ② 2 : 4 : 9 ③ 3 : 5 : 7

④ 5 : 8 : 12 ⑤ 9 : 16 : 25

해설

닮음비가 3 : 4 : 5 이므로, 넓이의 비는 $3^2 : 4^2 : 5^2 = 9 : 16 : 25$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선의 교점이 M 이고, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$ 이다. $\triangle ADM = 20\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle BCM$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 39.2 cm^2

해설

$\triangle DAM$ 과 $\triangle BCM$ 의 닮음비가 $5 : 7$ 이므로 넓이의 비는 $25 : 49$ 이다.

$25 : 49 = 20 : \triangle BCM$

$\therefore \triangle BCM = 39.2(\text{cm}^2)$

10. 한 모서리의 길이가 21 cm 인 정육면체 모양의 나무를 잘라서 한 모서리가 3 cm 인 정육면체 모양의 주사위를 만들려고 한다. 주사위는 모두 몇 개 만들 수 있겠는지 구하여라.

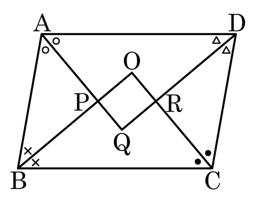
▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 343 개

해설

$21 : 3 = 7 : 1$
$7^3 : 1^3 = 343 : 1$
∴ 주사위는 343 개 만들 수 있다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 네 각의 이등분선으로 만들어지는 사각형 OPQR 은 어떤 사각형인가?

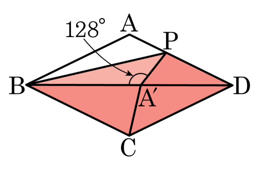


① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형
④ 평행사변형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$ 이다.
따라서 $\angle AQD$ 에서 $\angle AQD = 180° - 90° = 90°$
마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$
$\therefore$ 직사각형

12. 마름모 ABCD 에서 꼭짓점 A 를 대각선 위에 오도록 접었다. 꼭짓점 A 가 대각선 위에 대응되는 점을 A′ 이라 할 때, $\angle DA'C$ 의 크기는?

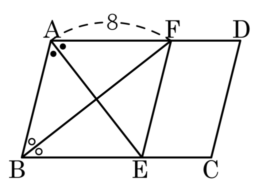


① $103°$　② $105°$　③ $106°$　④ $108°$　⑤ $110°$

해설

$\overline{BA'} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle BCA'$ 은 이등변삼각형이다.
이때 $\angle CBA' = (180° - 128°) \div 2 = 26°$ 이므로 $\angle BA'C = (180° - 26°) \div 2 = 77°$
따라서 $\angle DA'C = 180° - 77° = 103°$

13. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. ∠A, ∠B 의 이등분선이 $\overline{BC}, \overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



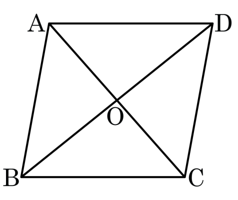
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $2\bullet + 2\circ = 180°$ 이고, $\bullet + \circ = 90°$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{BF}$ 이다. 따라서 □ABEF 는 마름모이므로 $\overline{AB} = \overline{AF} = 8$ 이다.

14. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉡ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\angle ABC = 90°$

㉢ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉣ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

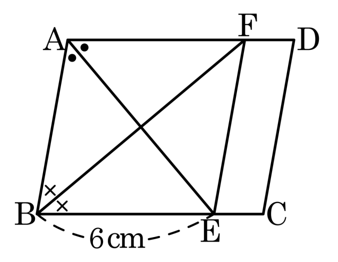
① ㉠, ㉣　　② ㉢, ㉣　　③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$이면 된다.

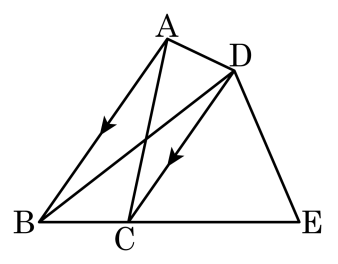
15. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이고, ∠A, ∠B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □ABEF 의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 18cm ③ 24cm ④ 30cm ⑤ 36cm

해설
대각선이 내각의 이등분선이 되는 사각형은 마름모이다.
따라서 □ABEF 의 둘레는 $6 \times 4 = 24$(cm) 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이고 $\triangle DCE = 30\text{cm}^2$, $\triangle DBC = 15\text{cm}^2$일 때, $\square ACED$의 넓이는?



① 25cm^2 ② 30cm^2 ③ 35cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 45cm^2

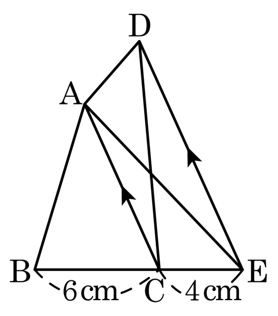
해설

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\triangle ACD$와 $\triangle DBC$는 밑변 $\overline{CD}$가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\square ACED = \triangle DCE + \triangle ACD = \triangle DCE + \triangle DBC$

$\therefore \square ACED = 30 + 15 = 45(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC = 24 cm^2$ 이다. $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 40 cm^2

해설

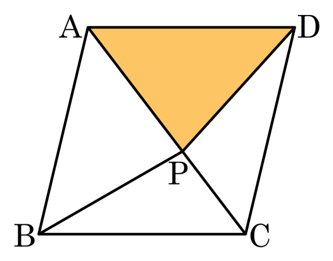
$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
$= \triangle ABC + \triangle ACE$
$= \triangle ABE$

$(\text{높이}) = 24 \times 2 \div 6 = 8(cm)$ 이므로

$\square ABCD = \triangle ABE$
$= 10 \times 8 \times \frac{1}{2} = 40(cm^2)$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 P에 $\overline{AP}$: $\overline{PC} = 3 : 2$이고, $\square ABCD = 100\text{cm}^2$일 때, $\triangle PAD$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

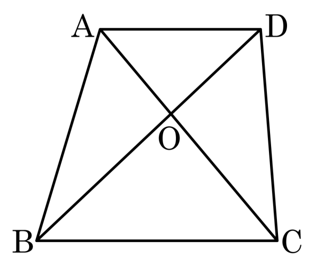
해설

$\triangle APD + \triangle PCD = 50(\text{cm}^2)$

$\overline{AP} : \overline{PC} = 3 : 2$이므로

$\triangle PAD = 50 \times \dfrac{3}{5} = 30(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} = 2 : 3$ 이다. $\triangle ABD$ 가 $30cm^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 45 cm^2

해설

$\triangle ABD = \triangle ACD = 30cm^2$, $\triangle AOD : \triangle DOC = 2 : 3$, $\triangle DOC = 18cm^2$

$\triangle DOC = \triangle AOB = 18cm^2$, $2 : 3 = 18cm^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = 27cm^2$

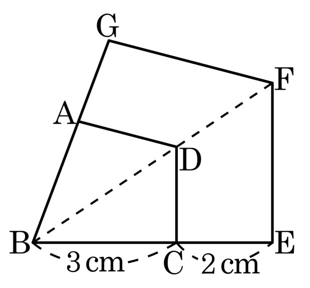
$\therefore\ \triangle DBC = \triangle DOC + \triangle OBC = 18 + 27 = 45(cm^2)$

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 닮은 도형이란 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형을 말한다.
② 서로 닮은 두 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
③ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮음일 때, $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 와 같이 나타낸다.
④ 두 닮은 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 다를 수도 있다.
⑤ 두 닮은 입체도형에서 대응하는 선분의 길이의 비는 일정하다.

해설
두 닮은 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 항상 같다.

21. 다음 그림에서 □GBEF는 □ABCD를 일정한 비율로 확대한 것이다. □ABCD의 둘레의 길이가 12cm일 때, □GBEF 의 둘레의 길이를 구하면?



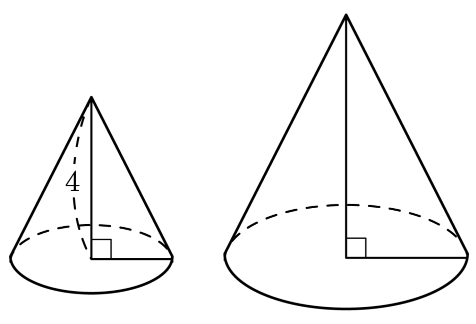
① 8cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 36cm

해설

□GBEF의 둘레의 길이를 x cm라 하면, 두 사각형의 닮음비는 $3:5$이므로 $3:5=12:x$

$\therefore\ x=20$

22. 다음 그림에서 두 원뿔은 서로 닮은 도형이고, 작은 원과 큰 원의 밑면의 둘레의 길이가 각각 4π, 8π일 때, 큰 원뿔의 높이를 구하면?

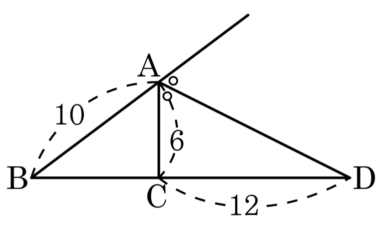


① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

작은 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r = 4\pi$에서 $r = 2$
큰 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r' = 8\pi$에서 $r' = 4$
두 원의 반지름의 닮음비가 $1 : 2$이므로 원뿔의 높이는 $1 : 2 = 4 :$ (큰 원뿔의 높이),
따라서 (큰 원뿔의 높이) $= 8$이다.

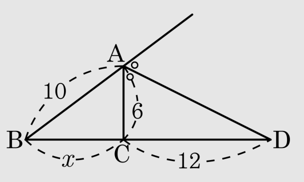
23. 다음 그림과 같이 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AC}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이다. $\triangle ABC$ 의 넓이를 a 라 할 때, $\triangle ADC$ 를 a 에 관한 식으로 나타내면? (단, $\overline{AB}=10,\ \overline{AC}=6,\ \overline{CD}=12$)



① $\frac{5}{3}a$　② $\frac{2}{3}a$　③ $\frac{3}{2}a$　④ $\frac{3}{5}a$　⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$\overline{BD}$를 x라 하자.



$\overline{AB}:\ \overline{AD}=\overline{BC}:\ \overline{DC}$ 이므로 $10:6=(12+x):12$

$6x=48$

$\therefore\ x=8$

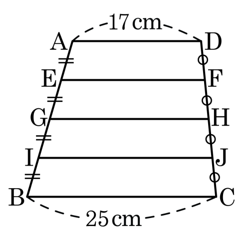
$\triangle ABC,\ \triangle ADC$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.

따라서 밑변의 비는 $8:12$ 이므로 넓이의 비는 $2:3$ 이다.

$2:3=a:\triangle ADC$ 이므로 $3a=2\times\triangle ADC$

따라서 $\triangle ADC=\frac{3}{2}a$ 이다.

24. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 와 $\overline{IJ}$ 의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{AE} = a$ 라고 하면

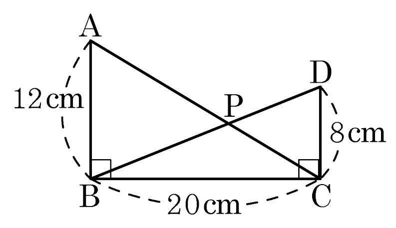
$\overline{GH} = \dfrac{25 \times 2a + 17 \times 2a}{2a + 2a} = \dfrac{25 + 17}{2} = 21(\text{cm})$

$\overline{EF} = \dfrac{21 \times a + 17 \times a}{a + a} = \dfrac{21 + 17}{2} = 19(\text{cm})$

$\overline{IJ} = \dfrac{25 \times a + 21 \times a}{a + a} = \dfrac{25 + 21}{2} = 23(\text{cm})$

$\overline{IJ} - \overline{EF} = 23 - 19 = 4(\text{cm})$

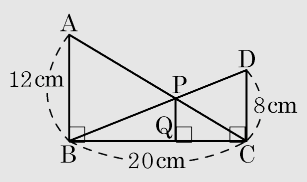
25. 다음 그림에서 $\triangle$PBC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $48\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

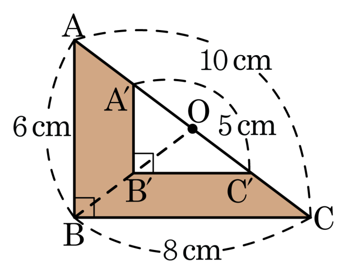
해설



$\overline{\mathrm{PQ}} = \dfrac{\overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{CD}}} = \dfrac{96}{20} = 4.8$

($\triangle$PBC의 넓이) $= 20 \times 4.8 \div 2 = 48\ (\mathrm{cm}^2)$

26. 다음 그림의 두 직각 삼각형이 닮은 도형일 때, 색칠된 부분의 넓이는?(점 O 는 닮음의 중심이다.)



① 6cm^2　② 12cm^2　③ 18cm^2
④ 20cm^2　⑤ 24cm^2

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{A'C'} = 10 : 5 = 1 : 2$ 이고 넓이의 비는 $1 : 4$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$이고

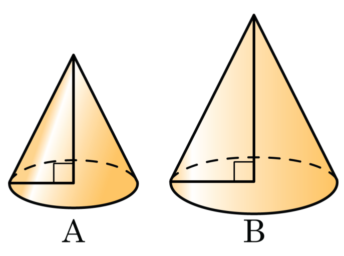
$\triangle A'B'C'$ 넓이를 x 라 하면

$1 : 4 = x : 24$

$x = 6$

따라서 색칠된 부분의 넓이는 $24 - 6 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

27. 서로 닮은 두 원뿔 A, B 의 높이의 비가 $10:13$ 이고, A 의 밑면의 넓이가 $25\pi cm^2$ 일 때, B 의 밑면의 지름의 길이를 구하여라.



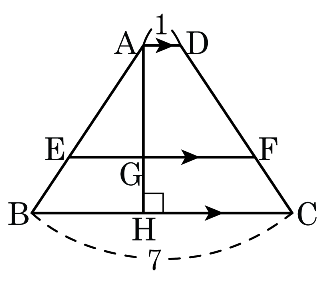
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

원의 넓이는 $(\text{반지름의 길이})^2\pi$ 이므로 A 의 반지름은 $5\,\text{cm}$ 이다.
따라서 B 의 밑면의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$ 라고 하면 $10:13=5:x$
따라서 $x=6.5$
$\therefore\ 2x=13(\text{cm})$

28. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC} \,/\!/\, \overline{EF}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다.
$\overline{AG} : \overline{GH} = 2 : 1$이고, 사다리꼴 AEFD와 EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EG}$의 길이를 구하여라.

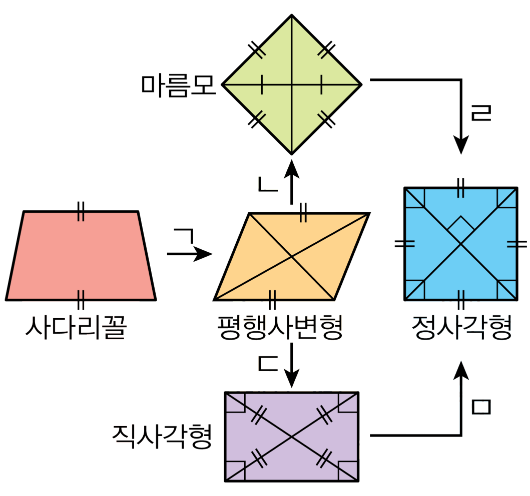


① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AG} = 2a,\ \overline{GH} = a, \overline{EF} = b$라 하면
$\square AEFD = \square EBCF$이므로
$\dfrac{(7+b)\times a}{2} = \dfrac{(b+1)\times 2a}{2}$
$\therefore\ b = 5$
$\therefore\ \overline{EG} = \dfrac{\overline{EF} - \overline{AD}}{2} = \dfrac{5-1}{2} = 2$

29. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

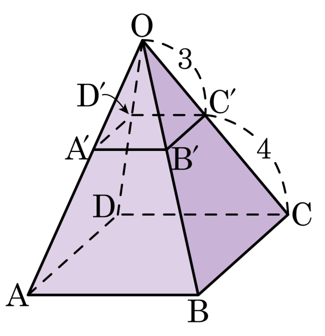
④ ㄹ. 한 내각의 크기가 90° 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

30. 다음 그림의 사각뿔 $O-ABCD$ 에서 $\square A'B'C'D'$ 을 포함하는 평면과 $\square ABCD$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $O-ABCD$ 와 $O-A'B'C'D'$ 의 닮음비는?

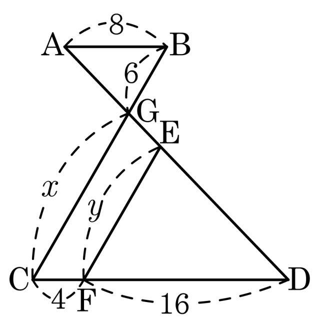


① 3 : 4　　② 4 : 3　　③ 3 : 7　　④ 7 : 3　　⑤ 3 : 5

해설

두 입체도형 $O-ABCD$ 와 $O-A'B'C'D'$ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OC}:\overline{OC'}=7:3$ 이다.

31. 다음 그림에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{EF} \,/\!/\, \overline{GC}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 26　② 27　③ 28　④ 29　⑤ 30

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{GB} : \overline{GC}$

$8 : 20 = 6 : x$

$2x = 30 \qquad \therefore\ x = 15$

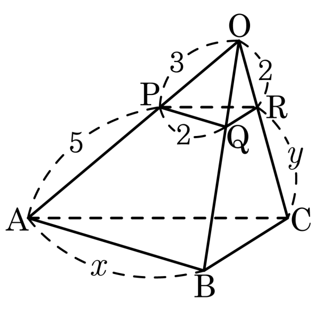
$\overline{EF} \,/\!/\, \overline{GC}$ 이므로 $\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{EF} : \overline{GC}$

$16 : 20 = y : 15$

$5y = 60 \qquad \therefore\ y = 12$

$\therefore\ x + y = 15 + 12 = 27$

32. 다음 그림의 삼각뿔 O－ABC 에서 △PQR 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} \,//\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

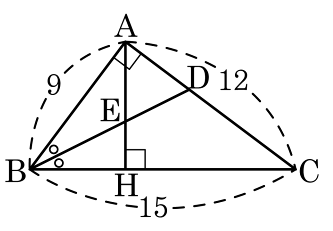
$\overline{PR} \,//\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

33. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{AH}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



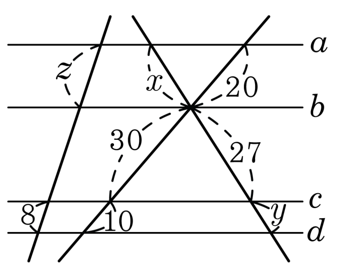
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$
$9 : 15 = 3 : 5$
$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므로 $\triangle ABD = \frac{3}{8} \times 54 = \frac{81}{4}$
또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로
$81 = \overline{BH} \times 15 \qquad \therefore\ \overline{BH} = \frac{27}{5}$
이 때, $\triangle ABD \backsim \triangle HBE$ (AA 닮음)이므로
$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \frac{27}{5} = 5 : 3$
$\therefore\ \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$
$\therefore\ \triangle AED = \frac{2}{5}\triangle ABD = \frac{2}{5} \times \frac{81}{4} = \frac{81}{10}$

34. 다음 그림에서 $a \mathbin{/\!/} b \mathbin{/\!/} c \mathbin{/\!/} d$ 일 때, $x+y+z$ 의 값은?

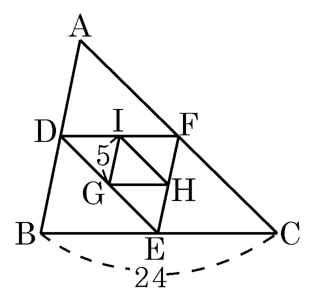


① 35 ② 38 ③ 40 ④ 43 ⑤ 45

해설

$20 : 30 = x : 27$이므로 $x = 18$
$30 : 10 = 27 : y$이므로 $y = 9$
$20 : 10 = z : 8$이므로 $z = 16$
$\therefore\ x+y+z = 43$

35. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 세 변의 중점을 각각 D, E, F, $\triangle DEF$의 세 변의 중점을 각각 G, H, I라 할 때, $\triangle DEF$의 둘레의 길이가 36일 때, $\overline{IH}$와 $\overline{AB}$의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{GH} = \frac{1}{4} \times \overline{BC} = 6$

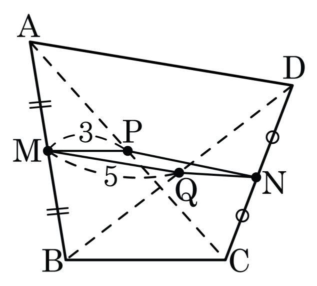
$\triangle DEF$의 둘레가 36이므로 $\triangle IGH$의 둘레는

$\frac{1}{2} \times \triangle DEF = 18$

$\overline{IH} = 18 - 5 - 6 = 7$, $\overline{AB} = 4 \times \overline{IG} = 20$

따라서 $\overline{IH}$와 $\overline{AB}$의 길이의 합은 $20 + 7 = 27$이다.

36. 다음 그림이 사각형 ABCD에서 두 변 AB, CD의 중점을 각각 M, N, 두 대각선 AC, BD 의 중점을 P, Q라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}$를 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{MQ}}=5$, $\overline{\mathrm{MP}}=3$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

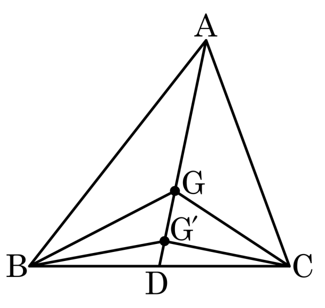
해설

$\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{MP}}=2\overline{\mathrm{NQ}}=2\times3=6$

$\overline{\mathrm{AD}}=2\overline{\mathrm{MQ}}=2\overline{\mathrm{NP}}=2\times5=10$

따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}=10+6=16$이다.

37. 다음 그림에서 점 G 와 G' 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심이고, $\overline{G'D} = 3$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



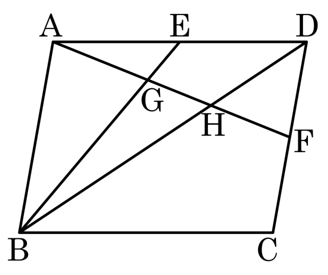
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

점 G 와 G' 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다. $\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6 : 2 : 1$ 이다. 따라서 $\overline{G'D} = 3$ 이므로 $\overline{AG} = 18$ 이다.

38. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}}$ 의 값을 구하여라.

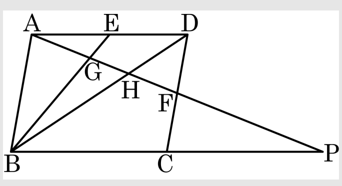


▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{4}$

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = \dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{AF}}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\overline{\mathrm{CP}} = 2\overline{\mathrm{BC}}$

또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

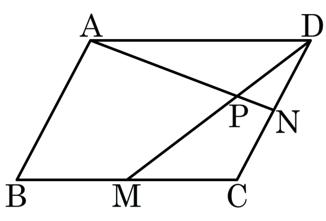
$\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{PG}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} : 2\overline{\mathrm{BC}} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{2}{5}\overline{\mathrm{AF}}$

따라서 $\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{4}{15}\overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}} = \dfrac{15}{4}$ 이다.

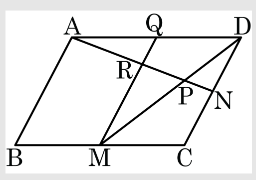
39. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\triangle DPN = 25\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① $300\,cm^2$ ② $350\,cm^2$ ③ $400\,cm^2$

④ $450\,cm^2$ ⑤ $500\,cm^2$

해설



$\overline{AB} // \overline{QM}$ 인 $\overline{QM}$ 을 그으면

$\overline{AR} = \overline{RN}, \overline{MR} : \overline{DN} = 3 : 2$

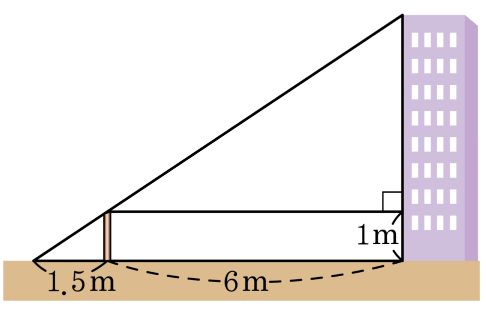
$\overline{AP} : \overline{PN} = 8 : 2 = 4 : 1$

$\triangle AND : \triangle DPN = 5 : 1$

$$\begin{aligned}\triangle DPN &= \frac{1}{5}\triangle AND \\ &= \frac{1}{5} \times \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{20}\square ABCD\end{aligned}$$

$\therefore \square ABCD = 20\triangle DPN = 20 \times 25 = 500(\,cm^2)$

40. 건물의 높이를 알기위해, 건물로부터 6m 떨어진 곳에 1m 길이의 막대기를 수직으로 세웠더니 다음 그림과 같았다. 건물의 높이는 얼마인가? (단, 막대기의 폭은 생각하지 않는다.)



① 4.5m ② 5m ③ 5.5m ④ 6m ⑤ 7m

해설

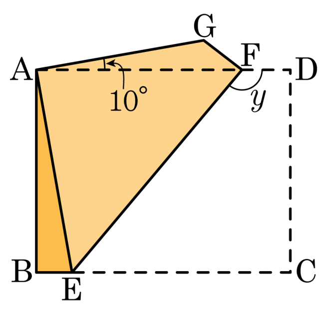
건물의 높이를 xm라 하자.

$1.5 : 1 = 7.5 : x$

$\therefore\ x = 5$

따라서 건물의 높이는 5m 이다.

41. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C가 A에 오도록 접었다. $\angle\mathrm{GAF} = 10°$ 일 때, $\angle x$는?

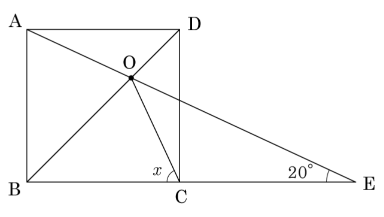


① 110 °　② 115 °　③ 120 °　④ 125 °　⑤ 130 °

해설

$\angle\mathrm{GAE} = \angle\mathrm{GAF} + \angle\mathrm{EAF} = 90°$, $\angle\mathrm{BAF} = \angle\mathrm{BAE} + \angle\mathrm{EAF} = 90°$
인데 $\angle\mathrm{EAF}$ 는 공통이므로 $\angle\mathrm{GAF} = \angle\mathrm{BAE} = 10°$
따라서 $\triangle\mathrm{ABE}$ 에서
$\angle\mathrm{AEB} = 180° - (90° + 10°) = 80°$ 이다.
$\angle\mathrm{FEC} = \angle\mathrm{FEA}$ (접은각),
$\angle\mathrm{CEF} + \angle\mathrm{FEA} + \angle\mathrm{AEB} = 180°$ 에서 $\angle\mathrm{FEC} = 50°$
$\square\mathrm{FDCE}$ 에서 $\angle x + 2 \times 90° + 50° = 360°$
$\therefore \angle x = 130°$

42. 다음의 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 O 를 잡고 $\overline{AO}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 E 라고 하자. $\angle BEA = 20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



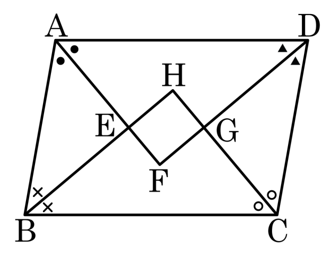
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AD} // \overline{BE}$ 이므로 $\angle DAE = \angle BEA = 20°$ 이다.
$\angle BAD = \angle BAE + \angle DAE = 90°$, $\angle BAE = 90° - 20° = 70°$
$\triangle ABO \equiv \triangle CBO$(SAS 합동) 이므로
$\angle BAE = \angle BCO = 70°$
$\therefore\ \angle x = 70°$

43. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$ ② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

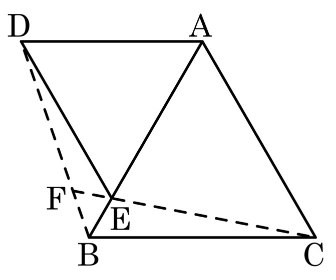
③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$ ④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} \,/\!/\, \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

44. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다. $\overline{AC} = 20$, $\overline{AD} = 16$ 일 때, $\overline{FB} \times \overline{EC}$ 를 구하여라.



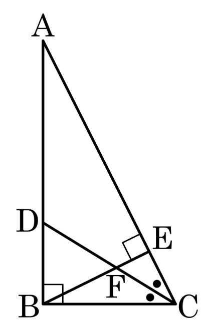
▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle DAB = \angle EAC = 60°$
$\therefore$ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)
또 $\triangle FBE$ 와 $\triangle ACE$ 에서
$\angle FEB = \angle AEC$ ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle FBE = \angle ACE$ ($\because$ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$)
$\therefore$ $\triangle FBE \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)
$\overline{FB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{EC}$
($\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 20 - 16 = 4$)
$\overline{FB} : 20 = 4 : \overline{EC}$
$\therefore$ $\overline{FB} \times \overline{EC} = 80$

45. 다음 그림에서 $\angle BFD$ 와 크기가 같은 것은?

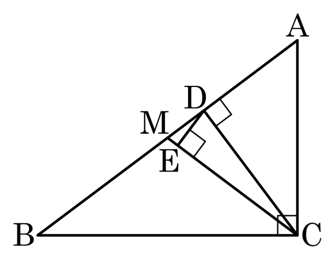


① $\angle ADC$　② $\angle EBC$　③ $\angle BAC$
④ $\angle BDC$　⑤ $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC$

46. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{DE} \perp \overline{MC}$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{252}{125}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{AB} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{BC} \times \overline{AC} \times \frac{1}{2}$

$15 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$

$\therefore\ \overline{CD} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$

$\angle ACD = \angle B$, $\angle ADC = 90°$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$15 : 9 = 9 : \overline{AD}$

$\therefore\ \overline{AD} = \frac{27}{5}$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

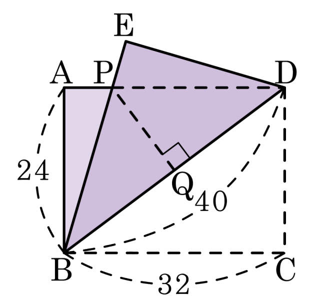
$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{15}{2}$

$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{15}{2} - \frac{27}{5} = \frac{21}{10}$

$\triangle CMD$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{MD} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{CM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$

따라서 $\frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \overline{DE} \times \frac{15}{2}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{252}{125}$ 이다.

47. 다음 그림은 $\overline{AB}=24$, $\overline{BC}=32$, $\overline{BD}=40$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)

$\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)

따라서 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이다.

점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ}=20$

$\angle BQP = \angle BED = 90^\circ$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)

$\triangle BQP \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)

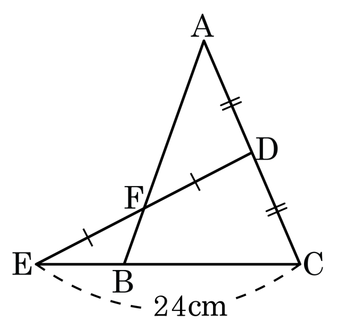
따라서 $\overline{BQ}:\overline{BE}=\overline{PQ}:\overline{ED}$

$20:32=\overline{PQ}:24$

$\therefore\ \overline{PQ}=\dfrac{20\times 24}{32}=15$

따라서 $\overline{PQ}=15$ 이다.

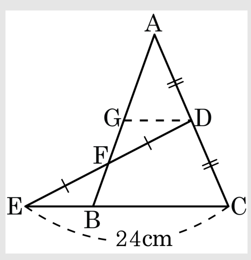
48. 다음 그림에서 $\overline{AD}=\overline{DC}, \overline{EF}=\overline{FD}$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{GD} // \overline{EC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면



$\triangle GFD \equiv \triangle BFE$(ASA합동) 이므로 $\overline{EB}=\overline{DG} \cdots$ ㉠ 또, $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{BC} \cdots$ ㉡

㉠,㉡에서 $\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC}=2\overline{EB}$

따라서 $\overline{EC}=\overline{EB}+\overline{BC}=\overline{EB}+2\overline{EB}=3\overline{EB}=24$

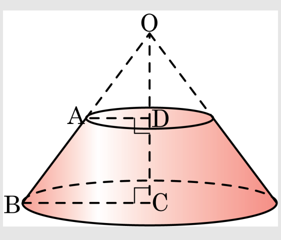
$\therefore \overline{EB}=8(\text{cm})$

49. 모선의 길이가 10 , 윗면의 반지름의 길이가 6 , 아랫면의 반지름의 길이가 12 , 높이가 8 인 원뿔대의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 672π

해설



주어진 원뿔대는 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 를 변 CD 를 축으로 회전하여 만든 도형이다.
삼각형 OAD 와 삼각형 OBC 는 $1:2$ 의 닮음비로 닮은 도형이므로 두 삼각형을 회전시켜 만든 원뿔의 부피비는 $1:8$ 이다.
그러므로 사다리꼴 ABCD 를 회전시켜 만든 원뿔대의 부피는 원뿔의 부피의 $\frac{7}{8}$ 이다.
삼각형 OBC 를 선분 OC 를 축으로 회전하여 만든 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times(12\times12\times\pi)\times16=768\pi$
따라서 원뿔대의 부피는 $768\pi\times\frac{7}{8}=672\pi$ 이다.

50. 축척이 $1:50000$ 인 지도상에서의 넓이가 2cm^2 라면, 실제 넓이는 얼마인가?

① 0.25km^2 ② 0.5km^2 ③ 0.75km^2
④ 1km^2 ⑤ 4km^2

해설

축척이 $1:50000$ 이므로 넓이의 비는 $1:25\times10^8$
따라서 실제 넓이는 $2\times25\times10^8=50\times10^8(\text{cm}^2)=0.5\text{km}^2$ 이다.