

1. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

2. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{98}{99}$
- ② $\frac{100}{99}$
- ③ $\frac{99}{100}$
- ④ $\frac{101}{100}$
- ⑤ $\frac{100}{101}$

해설

이항분리 이용

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} \end{aligned}$$

3. $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}, y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은?

- ① $8\sqrt{3}$ ② $24\sqrt{3}$ ③ $30\sqrt{3}$ ④ 48 ⑤ 52

해설

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3},$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

4. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

5. 등차수열 $11, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 213$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$b_1 = 2, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned}a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ S_{10} &= 10^2 + 20 - 1 = 119, \\ S_9 &= 9^2 + 18 - 1 = 98 \\ \therefore a_{10} &= 119 - 98 = 21\end{aligned}$$

7. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고, $a_2 = 4$ 일 때, a_5 의 값은?

① $\frac{11}{2}$

② 7

③ $\frac{19}{2}$

④ 12

⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$$

8. $\sum_{k=11}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 470

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=11}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2 &= (\sum_{k=1}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2) - \sum_{k=1}^{10} k^2 \\ &= \sum_{k=1}^{15} k^2 - 2 \sum_{k=1}^{10} k^2 \\ &= \frac{15 \cdot 16 \cdot 31}{6} - 2 \cdot \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 470\end{aligned}$$

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로
 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$,
 $g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

10. $f : X \rightarrow Y$ 가 상수함수이고, $f(100) = 100$ 일 때, $f(2006) = a$ 이다.
 $a + 100$ 의 값은?

① 0

② 100

③ 200

④ 300

⑤ 400

해설

상수함수에 정의에 의해 $f(x) = 100$

$\therefore f(2006) = 100 = a$

따라서 $a + 100 = 200$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow B$ 를 정의할 때, $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) = 0$ 인 함수 f 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 211 개

해설

$f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)$ 이들 중 적어도 하나는 0 이므로, 전체 함수의 개수에서 $f(1)f(2)f(3)f(4)f(5) \neq 0$ 인 함수의 개수를 빼면 된다.
그러므로 $3^5 - 2^5 = 211$

12. 함수 $f(x) = \sqrt{7-3x}$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(1)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f^{-1}(1) = a \text{라 하면 } f(a) = \sqrt{7-3a} = 1$$

$$7-3a = 1, a = 2$$

$$\therefore f^{-1}(1) = 2$$

$$\text{이때, } (f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(f^{-1}(1)) \\ = f^{-1}(2) \text{ 이므로}$$

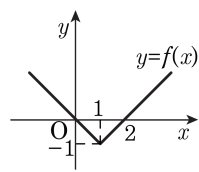
$$f^{-1}(2) = b \text{라 하면 } f(b) = \sqrt{7-3b} = 2$$

$$7-3b = 4, b = 1$$

$$\therefore f^{-1}(2) = 1$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(2) = 1$$

13. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



- ① $f(x) = |x + 1| + 1$ ② $f(x) = |x + 1| - 1$
③ $f(x) = |x - 1| + 1$ ④ $f(x) = |x - 1| - 1$
⑤ $f(x) = -|x - 1| + 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$y + 1 = |x - 1|$$

$$y = |x - 1| - 1$$

$$\therefore f(x) = |x - 1| - 1$$

14. $a + b + c = 1$ 일 때, $\frac{a^2 - 1}{b + c} + \frac{b^2 - 1}{c + a} + \frac{c^2 - 1}{a + b}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{a^2 - 1}{b + c} + \frac{b^2 - 1}{c + a} + \frac{c^2 - 1}{a + b} \\ &= \frac{(a - 1)(a + 1)}{b + c} + \frac{(b - 1)(b + 1)}{c + a} \\ &+ \frac{(c - 1)(c + 1)}{a + b} \end{aligned}$$

그런데 $a + b + c = 1$ 이므로

$$a - 1 = -(b + c), \quad b - 1 = -(c + a), \quad c - 1 = -(a + b)$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= -(a + 1) - (b + 1) - (c + 1) \\ &= -(a + b + c) - 3 = -1 - 3 = -4 \end{aligned}$$

15. 실수 x 를 입력하면 실수 $\frac{x-1}{6x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\frac{2}{3}$ 를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력되어 나온 결과를 다시 입력하는 과정을 1004번 반복했을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 구하면? (단, $x \neq \frac{1}{6}$)

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{11}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{6x-1} - 1}{6 \cdot \frac{x-1}{6x-1} - 1} \\ &= \frac{x-1-6x+1}{6x-6-6x+1} \\ &= \frac{-5x}{-5} = x \end{aligned}$$

즉, $f^2(x) = f^4(x) = f^6(x) = \dots = f^{2n}(x) = x$ 이므로

$$f^{1004}(x) = f^{2 \times 502}(x) = \dots = x$$

$$\therefore f^{1004}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

16. $\sum_{k=1}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k} \right)$ 의 값은?

① $\log_2 3$

② $\log_2 15$

③ $\log_2 30$

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k} \right) &= \sum_{k=1}^{15} \log_2 \frac{k+1}{k} \\ &= \sum_{k=1}^{15} \{ \log_2(k+1) - \log_2 k \} \\ &= (\log_2 2 - \log_2 1) + (\log_2 3 - \log_2 2) + \cdots \\ &\quad + (\log_2 16 - \log_2 15) \\ &= \log_2 16 - \log_2 1 = \log_2 2^4 = 4 \end{aligned}$$

17. 모든 항이 양수이고, 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $a_{m+n} = 2a_m a_n$ 을 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다. $a_4 = 72$ 일 때, a_5 의 값은?

① $72\sqrt{3}$

② $72\sqrt{6}$

③ 144

④ $144\sqrt{3}$

⑤ 216

해설

$$a_{m+n} = 2a_m a_n \text{에 } m = 2, n = 2 \text{를 대입하면 } a_4 = 2a_2 a_2 =$$

$$72, a_2^2 = 36$$

$$\therefore a_2 = 6(\because a_n > 0)$$

$$\text{또, } a_{m+n} = 2a_m a_n \text{에 } m = 1, n = 1 \text{을 대입하면}$$

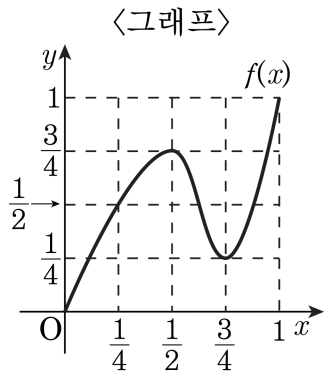
$$a_2 = a_{1+1} = 2a_1 a_1 = 6, a_1^2 = 3$$

$$\therefore a_1 = \sqrt{3}$$

$$\text{또, } a_{m+n} = 2a_m a_n \text{에 } m = 4, n = 4 \text{를 대입하면}$$

$$a_8 = a_{4+4} = 2a_4 a_4 = 2 \cdot 72 \cdot \sqrt{3} = 144\sqrt{3}$$

18. $R = \{x|0 \leq x \leq 1\}$ 이라 할 때, R 에서 R 로의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.(단, $f^n(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x) : f$ 개수 n 개)



이 때, $f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하면?

(단, $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$)

- ① $\frac{99}{2}$ ② $\frac{95}{2}$ ③ $\frac{93}{2}$ ④ $\frac{91}{2}$ ⑤ $\frac{89}{2}$

해설

그래프에서 $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f^2\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, $f^3\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$, ... 이므로
 $f^{3k+1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f^{3k+2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$, $f^{3k+3}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)
 $\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right) = 33 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{99}{2}$

19. 등식 $(1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10}) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{10}} \right) = (2^6 - m)^2$

을 만족하는 실수 m 의 값은?

- ① $\frac{1}{2^4}$ ② $\frac{1}{2^5}$ ③ $\frac{1}{2^6}$ ④ $\frac{3}{2^5}$ ⑤ $\frac{3}{2^6}$

해설

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10} &= \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} = 2^{11} - 1 \\ 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{10}} &= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{11}}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \\ \therefore (2^{11} - 1) \left(2 - \frac{1}{2^{10}}\right) &= (2^{11} - 1) \cdot \frac{2^{11} - 1}{2^{10}} = \frac{(2^{11} - 1)^2}{2^{10}} \\ &= \left(\frac{2^{11} - 1}{2^5}\right)^2 = \left(2^6 - \frac{1}{2^5}\right)^2 \\ \therefore m &= \frac{1}{2^5} \end{aligned}$$

20. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서
 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 36$,
 $a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots + a_{2n} = 18$ 일 때,
 $a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = 36 \cdots \textcircled{1}$$

$$S_{2n} - S_n = 18 \text{에서 } S_{2n} = S_n + 18 = 36 + 18 = 54$$

$$\begin{aligned} S_{2n} &= \frac{a(1-r^{2n})}{1-r} \\ &= \frac{a(1-r^n)(1+r^n)}{1-r} \\ &= 36 \cdot (1+r^n) = 54 \end{aligned}$$

$$1+r^n = \frac{3}{2} \quad \therefore r^n = \frac{1}{2}$$

$$S_{3n} = \frac{a(1-r^{3n})}{1-r} = \frac{a(1-r^n)(1+r^n+r^{2n})}{1-r}$$

$$= 36 \left\{ 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right\} = 63$$

이때, $a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n} = S_{3n} - S_n$ 이므로
 $63 - 54 = 9$

21. 수직선 위의 점 $P_{n+2}(a_{n+2})$ 는 점 $P_n(a_n)$ 과 점 $P_{n+1}(a_{n+1})$ 을 연결하는 선분 P_nP_{n+1} 을 $2:3$ 으로 내분하는 점이다. $P_1(0)$, $P_2(5)$ 일 때, 점 P_n 의 좌표 a_n 은?

- ① $\frac{25}{8} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{5} \right)^{n-1} \right\}$

② $\frac{25}{7} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{5} \right)^{n-1} \right\}$
- ③ $\frac{25}{6} \left\{ 1 - \left(-\frac{2}{5} \right)^{n-1} \right\}$

④ $\frac{25}{7} \left\{ 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right\}$
- ⑤ $\frac{25}{8} \left\{ 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right\}$

해설

내분점의 공식에 의하여

$$a_{n+2} = \frac{2a_{n+1} + 3a_n}{2+3} = \frac{2}{5}a_{n+1} + \frac{3}{5}a_n$$

$$\therefore a_{n+2} - a_{n+1} = -\frac{3}{5}(a_{n+1} - a_n)$$

$$a_{n+1} - a_n = b_n \text{ 이라 하면 } b_{n+1} = -\frac{3}{5}b_n$$

이때, $a_2 = 5$, $a_1 = 0$ 이므로 $b_1 = a_2 - a_1 = 5$

$$\therefore b_n = b_1 \cdot \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} = 5 \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = 0 + \sum_{k=1}^{n-1} 5 \left(-\frac{3}{5} \right)^{k-1}$$

$$= \frac{5 \left\{ 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right\}}{1 - \left(-\frac{3}{5} \right)}$$

$$= \frac{25}{8} \left\{ 1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^{n-1} \right\}$$

22. 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 스티커와 가로, 세로의 길이가 각각 2, 1인 직사각형 모양의 스티커가 있다. 이 두 종류의 스티커를 사용하여 왼쪽부터 차례로 붙이되, 가로의 길이가 1인 스티커 다음에는 반드시 가로의 길이가 2인 스티커가 와야 한다고 할 때, 가로의 길이가 n , 세로의 길이가 1인 직사각형을 두 종류의 스티커를 이용하여 겹치지 않게 완전히 메우는 방법의 수를 a_n 이라 하자. 이 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a_{n+3} = a_{n+1} + a_n$

② $a_{n+3} = a_{n+3} + a_n$
- ③ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1}$

④ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} + a_n$
- ⑤ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} - a_n$

해설

세로의 길이는 모두 1이므로 가로의 길이만 생각하기로 한다. 가로의 길이가 $(n + 3)$ 인 직사각형을 스티커로 메우는 경우의 수는 a_{n+3} 이고, 다음 두 가지의 경우로 나누어 생각할 수 있다.
 (i) 처음에 붙인 스티커가 가로의 길이가 1인 경우 두 번째 스티커는 반드시 가로의 길이가 2이어야 하고, 나머지 n 만큼만 주어진 규칙대로 붙이면 되므로 이 경우의 수는 a_n 이다.
 (ii) 처음에 붙인 스티커가 가로의 길이가 2인 경우 나머지 $(n+1)$ 만큼은 주어진 규칙대로 붙이면 되므로 이 경우의 수는 a_{n+1} 이다.
 (i), (ii)에서 $a_{n+3} = a_n + a_{n+1}$

23. $x^2 + 6x + 4 = 0$ 의 두 근이 a, b 일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값은?

① -3

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 3

해설

$$x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$a + b = -6, ab = 4 \Rightarrow a < 0, b < 0$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a})^2}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{b+a}{-\sqrt{ab}}$$

$$\therefore \frac{-6}{-2} = 3$$

24. a, b 가 양수일 때, $2 \leq x \leq 3$ 을 만족하는 임의의 실수 x 에 대하여 $ax + 2 \leq \frac{2x-1}{x-1} \leq bx + 2$ 가 성립할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하면?

- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ 2

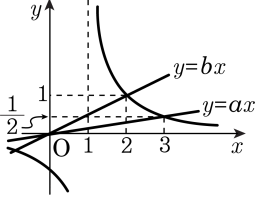
해설

$$\frac{2x-1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1} \quad (2 \leq x \leq 3) \text{ 이므로}$$

$$ax + 2 \leq 2 + \frac{1}{x-1} \leq bx + 2$$

$$ax \leq \frac{1}{x-1} \leq bx$$

$$\text{위의 그래프에 의하여 } a \leq \frac{1}{6}, b \geq \frac{1}{2}$$



25. 1이 아닌 서로 다른 두 수 a, b 에 대하여 다음과 같이 양수로 이루어진 수열이 있다.
 $a, b, a^2, ab, b^2, a^3, a^2b, ab^2, b^3, \dots$
 이 수열의 첫째항 a 부터 $a^m b^n$ 까지의 합을 $S(m, n)$ 이라 할 때, 보기 중 옳은 것만을 고른 것은?

보기

- ㉠ $a^{10}b^7$ 은 이 수열의 제160항이다.
 ㉡ 첫째항부터 제100항까지 모든 항의 곱은 $a^{554}b^{510}$ 이다.
 ㉢ $S(n, n+4) - S(n+4, n) = a^n b^n \times \frac{a^4 - b^4}{a - b}$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

주어진 수열을
 $(a, b), (a^2, ab, b^2), (a^3, a^2b, ab^2, b^3), \dots$
 으로 묶으면 각 군에 속한 식의 차수가 모두 같으므로 제 n 군에 속한
 식의 차수는 모두 n 이고, 항의 개수는 $n+1$ 이다.

㉠ $a^{10}b^7$ 은 차수가 17로 제17군의 8번째 수이다. $\therefore (2+3+4+\dots+17)+8 = \left(\frac{16 \cdot 19}{2} - 1\right) + 8 = 160$ 즉, 제160항이다.
 (참)

㉡ $\frac{14 \cdot 15}{2} - 1 = 104$ 이므로 제100항은 제13군의 끝에서 5번째 항이다. 제1군부터 제13군까지 모든 항을 곱하면 a 의 차수와 b 의 차수가 같고, a 의 차수는 $1 + (2+1) + (3+2+1) + \dots + (13+12+\dots+1) = \sum_{k=1}^{13} \frac{k(k+1)}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{13 \cdot 14 \cdot 27}{6} + \frac{13 \cdot 14}{2} \right) = 455$
 따라서 첫째항부터 제100항까지의 곱은 제13군의 끝에서 4, 3, 2, 1번째항 $a^3 b^{10}, a^2 b^{11}, ab^{12}, b^{13}$ 의 곱을 제외하면 $a^{455-(3+2+1+0)} b^{455-(13+12+11+10)} = a^{449} b^{409}$ (거짓)

㉢ $S(n, n+4) - S(n+4, n)$
 $= a^{n+3} b^{n+2} + a^{n+2} b^{n+2} + a^{n+1} b^{n+3} + a^n b^{n+4}$
 $= a^n b^{n+1} (a^3 + a^2 b + ab^2 + b^3)$
 $= a^n b^{n+1} \times \frac{a^3 \left\{ 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^4 \right\}}{1 - \frac{b}{a}}$
 $= a^n b^{n+1} \times \frac{a^4 - b^4}{a - b}$ (거짓)