

1. 첫째항이 3, 공비가 3 인 등비수열의 일반항 a_n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a_n = 3^n$

해설

$$a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$$

2. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

- ① 61 ② 122 ③ 244 ④ 361 ⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ 에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

3. $\sum_{k=1}^{10} k^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3025

해설

$$\sum_{k=1}^{10} k^3 = \frac{10 \cdot 11}{2} \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = 3025$$

4. 16의 네제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2, 2$

해설

16의 네제곱근은
 $x^4 = 16$ 를 만족하는 x 의 값이므로
 $x^4 - 16 = 0$ 에서
 $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
 $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) = 0$
 $\therefore x = -2, 2, 2i, -2i$
따라서 16의 네제곱근 중 실수인 것은
 $-2, 2$

5. $\sqrt[3]{2^7} \div \sqrt[3]{2} \times \sqrt{2^5}$ 을 간단히 하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $16\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 2^{\frac{7}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{5}{2}} \\ &= 2^{\frac{7}{3}-\frac{1}{3}+\frac{5}{2}} = 2^{\frac{9}{2}} = 16\sqrt{2} \end{aligned}$$

6. $3^x = 2$ 일 때, $(\frac{1}{9})^{-x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\frac{1}{9})^{-x} = (3^{-2})^{-x} = 3^{2x} = (3^x)^2 = 4$$

7. $\log_9 x = -\frac{3}{2}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{27}$

해설

$$\log_9 x = -\frac{3}{2}$$

$$\iff x = 9^{-\frac{3}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

8. $\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ $\log_2 5$

⑤ $\log_2 6$

해설

$$\begin{aligned}\log_2 5\sqrt{3} + \log_2 \frac{24}{5} - \log_2 3\sqrt{3} &= \log_2 \frac{5\sqrt{3} \times \frac{24}{5}}{3\sqrt{3}} \\ &= \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\end{aligned}$$

9. 수열 1, -2, 3, -4, 5, ... 의 11번째 항은?

- ① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11번째 항은 11이다.

10. 조화수열 12, 6, 4, 3, ...의 일반항은?

- ① $\frac{12}{n}$ ② $\frac{8}{n}$ ③ $\frac{6}{n}$ ④ $\frac{3}{n}$ ⑤ $\frac{2}{n}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = \frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots$$

$$= \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \dots$$

따라서 등차수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은 $\frac{n}{12}$

$$\therefore a_n = \frac{12}{n}$$

11. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

- ① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left\{ 3j + \frac{j(j+1)}{2} \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{10} \left(\frac{j^2 + 7j}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (\sum_{j=1}^{10} j^2 + 7 \cdot \sum_{j=1}^{10} j) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} + 7 \times \frac{10 \cdot 11}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} (385 + 385) \\ &= 385 \end{aligned}$$

12. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

- ① 9

② $3\sqrt{11}-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{99}-1$

④ $\sqrt{101}-1$

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식})&= \sum_{k=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{k}+\sqrt{k-1}} = \sum_{k=1}^{99} (\sqrt{k+1}-\sqrt{k}) \\&= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{100}-\sqrt{99}) \\&= \sqrt{100}-1=9\end{aligned}$$

13. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{2n}{n+1}$

③ $\frac{n}{2n+1}$

④ $\frac{n}{n+2}$

⑤ $\frac{2n}{2n+1}$

해설

$$\begin{aligned} \text{준 식)} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \right\} + \cdots + \\ &\quad \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1}\right) \\ &= \frac{n}{2n+1} \end{aligned}$$

14. $x = \frac{\log_a(\log_a b)}{\log_a b}$ 일 때, 다음 중 b^x 과 같은 것은?

- ① a
- ② b
- ③ a^b
- ④ b^2
- ⑤ $\log_a b$

해설

주어진 식을 밑 변환의 공식에 의해 변형하면

$$x = \frac{\frac{\log_b(\log_a b)}{\log_b a}}{\log_b a} = \log_b(\log_a b)$$

로그의 정의에 의해 $b^x = \log_a b$

15. $\log_3 2 = a$ 일 때, $\log_{\sqrt{12}} 9$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{2}{2a+1}$

② $\frac{4}{2a+1}$

③ $\frac{2}{a+1}$

④ $\frac{2}{a+2}$

⑤ $\frac{4}{a+2}$

해설

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{12}} 9 \\ &= \frac{\log_3 9}{\log_3 \sqrt{12}} = \frac{2}{\frac{1}{2} \log_3 (2^2 \cdot 3)} \\ &= \frac{4}{2(\log_3 2 + 1)} = \frac{4}{2(a+1)} = \frac{2}{a+1} \end{aligned}$$

16. $\frac{1}{2} \log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt{7} = a$, $\log_3 4 \cdot \log_4 \sqrt{3} = b$ 일 때, $a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a = \log_3 \frac{3}{\sqrt{7}} + \log_3 \sqrt{7} = \log_3 3 = 1$$

$$b = \log_3 4 \cdot \log_4 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + 2b = 1 + 1 = 2$$

17. $\log 80$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8$ 에서

$0 < \log 8 < 1$ 이므로

$\log 80$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.

즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로

$$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$$

18. 첫째항이 -10 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$S_7 = a_7$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2}$$

$$a_7 = a + 6d$$

$$\frac{7(2a + 6d)}{2} = a + 6d$$

$$7a + 21d = a + 6d$$

$$6a = -15d$$

$$d = \frac{6 \times (-10)}{-15} = 4$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2}$$

$$= \frac{10(-20 + 36)}{2}$$

$$= \frac{160}{2} = 80$$

19. 두 수열

$$\{a_n\} = 6, a_2, a_3, 48, \dots$$

$$\{b_n\} = 6, b_2, b_3, 48, \dots \text{에 대하여}$$

$\{a_n\}$ 은 등비수열, $\{b_n\}$ 은 등차수열일 때, $a_{10} - 10b_{10}$ 의 값은?(단, 공비는 실수이다.)

- ① 1752 ② 1843 ③ 1950 ④ 2250 ⑤ 2356

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 $a_4 = 48$ 이므로

$$6r^3 = 48, r^3 = 8 \quad \therefore r = 2 (\because r \text{은 실수})$$

$$a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$$

수열 $\{b_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $b_4 = 48$ 이므로

$$6 + 3d = 48, 3d = 42 \quad \therefore d = 14$$

$$b_n = 6 + (n-1) \cdot 14 = 14n - 8$$

$$\therefore a_{10} - 10b_{10} = 6 \times 2^9 - 10(14 \cdot 10 - 8)$$

$$= 3072 - 1320 = 1752$$

20. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같이 정의될 때, a_{10} 의 값은?

$a_1 = 4, a_2 = 6, a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2} (n = 1, 2, 3, \dots)$

- ① $4\left(\frac{3}{2}\right)^8$
- ② $4\left(\frac{3}{2}\right)^9$
- ③ $4\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$
- ④ $4\left(\frac{3}{2}\right)^{11}$
- ⑤ $4\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$

해설

$a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 에서 $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$
즉, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.
이때, $a_1 = 4$ 이고 공비 r 은 $r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2}$ 이므로
 $a_n = 4\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$
 $\therefore a_{10} = 4\left(\frac{3}{2}\right)^9$

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$, $a_n + a_{n+1} = 3n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된다. 이때, 두 수 $P = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots + a_{19}$, $Q = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{20}$ 에 대하여 $P - Q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = 2, a_1 + a_2 = 3 \therefore a_2 = 1$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } a_2 + a_3 = 6 \therefore a_3 = 5$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } a_3 + a_4 = 9 \therefore a_4 = 4$$

$$\therefore a_{2n-1} - a_{2n} = 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\therefore P - Q = \sum_{k=1}^{10} (a_{2k-1} - a_{2k}) = 10$$

22. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $\sqrt[6]{6}$ 을 a, b 로 나타낸 것은?

- ① $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{6}}$ ④ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{2}}$

해설

$$a = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \quad b = \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \text{ 이므로}$$
$$\sqrt[6]{6} = 6^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{6}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = (2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \cdot (3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$$

23. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서
 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 36$,
 $a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots + a_{2n} = 18$ 일 때,
 $a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = 36 \cdots \textcircled{1}$$

$$S_{2n} - S_n = 18 \text{에서 } S_{2n} = S_n + 18 = 36 + 18 = 54$$

$$\begin{aligned} S_{2n} &= \frac{a(1-r^{2n})}{1-r} \\ &= \frac{a(1-r^n)(1+r^n)}{1-r} \\ &= 36 \cdot (1+r^n) = 54 \end{aligned}$$

$$1+r^n = \frac{3}{2} \quad \therefore r^n = \frac{1}{2}$$

$$S_{3n} = \frac{a(1-r^{3n})}{1-r} = \frac{a(1-r^n)(1+r^n+r^{2n})}{1-r}$$

$$= 36 \left\{ 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right\} = 63$$

이때, $a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n} = S_{3n} - S_n$ 이므로
 $63 - 54 = 9$

24. 매년 말에 6만원씩 적립할 때, 10년 후의 원리합계는?
(단, 연이율은 6푼, 1년마다의 복리로 계산하고, $1.06^{10} \approx 1.791$)

- ① 791000 원 ② 792000 원 ③ 793000 원
④ 794000 원 ⑤ 795000 원

해설

$$S_n = \frac{60000 \{ (1.06)^{10} - 1 \}}{0.06} = \frac{60000 \times 0.791}{0.06} \\ = 791000(\text{원})$$

25. 다음 규칙을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

- I. $a_1 = 3$
II. a_{n+1} 은 a_n^2 을 7로 나눈 나머지이다.

이 수열에서 $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값은?

- ① 20
- ② 24
- ③ 35
- ④ 40
- ⑤ 42

해설

$$a_1 = 3$$

$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 4$$

$$a_4 = 2$$

$\vdots$

$$\therefore, \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{2n} = 2 \\ a_{2n+1} = 4 \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_{2k} = \sum_{k=1}^{10} 2 = 20$$