

1. 다항식  $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$  에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ①  $x$  에 대한 삼차식이다.
- ②  $y$  에 대한 이차식이다.
- ③  $x^2$  의 계수는  $y$  이다.
- ④  $x$  의 계수는  $2y^2 - 3$  이다.
- ⑤  $y$  에 대한 상수항은  $-1$  이다.

해설

⑤  $y$  에 대한 상수항:  $x^3 - 3x - 1$

2.  $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$ ,  $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$  일 때,  $A + 2B$  를 간단히 하면?

①  $xy^2$

②  $x^2y$

③  $x^2y^2$

④  $-2xy^2$

⑤  $-3x^2y^2$

해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2) \\ &= -3x^2y^2 \end{aligned}$$

해설

3. 다항식  $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를  $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 3

② 몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 2

③ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 3

④ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 2

⑤ 몫 :  $x^2 + 2x + 1$ , 나머지 : 1

**해설**

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$  몫 :  $x^2 - 2x + 1$ , 나머지 : 3

4. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

①  $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

②  $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③  $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④  $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤  $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

①  $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

5. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x-1)^2 + b(x-1) + c \\ &= ax^2 - (2a-b)x + (a-b+c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

6.  $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

- ① 8      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 128

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2^5 = 32$$

7. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식  $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10      ② 10      ③ -4      ④ 4      ⑤ 0

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R \text{ 이라고 놓으면}$$

$$f(-1) = R$$

$$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

$$\text{따라서 } R = -10$$

8. 다항식  $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - k$ 가  $x+1$ 로 나누어떨어지도록 상수  $k$ 의 값을 정하면?

① -3      ② -2      ③ -1      ④ 0      ⑤ 1

해설

즉,  $f(-1) = 0$  이므로  
 $f(-1) = -1 + 3 - k - k = 0, \therefore k = 1$

9.  $x$  에 대한 다항식  $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x+1$  이고, 나머지가  $-6x+2$  이다. 이 때, 다항식  $B$  를 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 2$       ②  $x^2 + x + 2$       ③  $x^2 - x + 2$   
④  $x^2 - 2x + 2$       ⑤  $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

10. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

11.  $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서  $x^3$ 의 계수는?

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

12.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$
$$= 9 + 18 = 27$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

13. 다항식  $x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x+4$ 가 되도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-7$

해설

$x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a-b+16)x+4b-8$   
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$   
㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a-b+16=3, 4b-8=4$   
 $\therefore a=-10, b=3$   
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

14. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

① -8      ② -2      ③ -16      ④ 4      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)Q(x) + a \\ f(x) &= (x-1)Q'(x) + b \\ f(2) &= 4 = a, \quad f(1) = -2 = b \\ \therefore a + b &= 2 \end{aligned}$$

15. 다항식  $x^4 - 3x^2 + ax + 7$ 을  $x + 2$ 로 나누면 나머지가 5이다. 이 때,  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$$

$$f(x) = (x+2)Q(x) + 5$$

$$\therefore f(-2) = 5$$

$$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$$

$$\therefore a = 3$$

16. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  
 $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

17.  $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가  $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \text{㉠}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } a = -2, b = -1$$

18.  $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

- ①  $a^3 + b^3$       ②  $a^6 + b^6$       ③  $a^6 - b^6$   
④  $a^9 + b^9$       ⑤  $a^9 - b^9$

해설

$$(\text{준 식}) = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$$

19. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

- ①  $4^3 - 5^3$       ②  $3^3 - 3^4$       ③ 0  
④ 1      ⑤ -1

해설

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면  
 $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$   
 $= (A+x^4)^3$   
 $= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$   
 $= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$   
이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로  
두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.  
 $\therefore a-b=0$

20.  $x^3 - x^2 + 2 = a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$ 가  $x$ 에 대한항등식이 되도록 실수  $a+b+c+p$ 의 값을 구하면?

- ① -1      ② 1      ③ -2      ④ 2      ⑤ 0

해설

양변에  $x = p$ 를 대입하면  
 $p^3 - p^2 + 2 = 0$   
 $(p+1)(p^2 - 2p + 2) = 0 \therefore p = -1$   
 따라서 주어진 식은  
 $x^3 - x^2 + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1)$   
 양변에  $x = 0$ 을 대입하면  $2 = a + b + c$   
 $\therefore a + b + c + p = 1$

해설

$a(x-p)^3 + b(x-p)^2 + c(x-p)$   
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$   
 $\therefore (x+1)(x^2 - 2x + 2)$   
 $= (x-p) \{a(x-p)^2 + b(x-p) + c\}$   
 양변을 비교하면,  $x+1 = x-p$ ,  
 $x^2 - 2x + 2 = a(x-p)^2 + b(x-p) + c$   
 $\therefore p = -1$   
 또  $x^2 - 2x + 2 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$   
 $= ax^2 + (2a+b)x + a+b+c$   
 $\therefore a = 1, 2a+b = -2, a+b+c = 2$   
 $\therefore b = -4, c = 5$   
 따라서  $a = 1, b = -4, c = 5, p = -1$   
 $\therefore a + b + c + p = 1$

21.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

- ① 12      ② 8      ③ 4      ④ 0      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 1 \cdots \textcircled{1} \\2x - y + z &= 5 \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2}: x + z &= 2 \Rightarrow z = 2 - x \\ \textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}: x - y &= 3 \Rightarrow y = x - 3 \\ \therefore ax^2 + by^2 + cz^2 &= 6 \\ \Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2 \\ &= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6 \\ \text{모든 실수 } x, y, z \text{에 대해 성립하려면} \\ a + b + c &= 0, \quad 4c + 6b = 0, \quad 9b + 4c = 6 \\ \text{위의 식을 연립하여 풀면, } a &= 1, \quad b = 2, \quad c = -3 \\ \therefore 3a + 2b + c &= 4\end{aligned}$$

22.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는  $2x - 7$ 이고,  $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ①  $2x + 1$                       ②  $4x + 3$                       ③  $x - 1$   
④  $4x - 9$                         ⑤  $2x - 3$

**해설**

$f(x)$ 를  $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \text{㉠} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를  $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을  $Q_1(x)$ ,  
 $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을  $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로  $f(1) = -5$ ,  $f(5) = 11$ 이다.

㉠에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는  $4x - 9$ 이다.