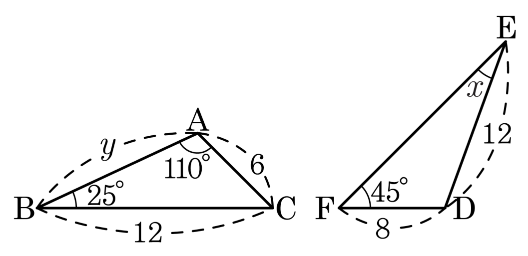
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선이 직교할 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설
평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 마름모가 된다.

2. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$DEF 는 닮은 도형이다. x, y 의 값을 차례로 구한 것은?



① $45°, 6$ ② $45°, 9$ ③ $25°, 9$

④ $30°, 9$ ⑤ $45°, 12$

해설

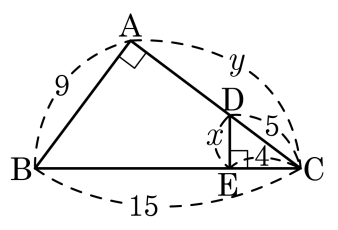
$\angle E = \angle B = 25°$, $\angle x = 25°$

$\overline{AC} : \overline{DF} = \overline{BA} : \overline{ED}$

$6 : 8 = y : 12$

$\therefore y = 9$

3. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?

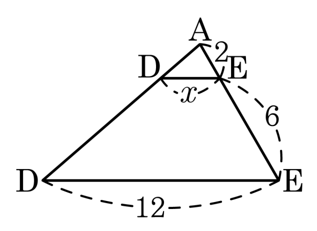


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\triangle$DEC 와 $\triangle$ABC 에서 $\angle$C는 공통,
$\angle A = \angle DEC$ 이므로 $\triangle DEC \backsim \triangle BAC$
$\overline{EC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{BC}$, $4 : 5 = y : 15$ 이므로 $y = 12$
또한, $\overline{DE} : \overline{BA} = \overline{EC} : \overline{AC}$, $x : 9 = 4 : 12$
$x = 3$ $\therefore\ x + y = 15$

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}}//\overline{\mathrm{DE}}$ 가 되도록 하려면 x 의 길이는 얼마로 정하여야 하는가?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

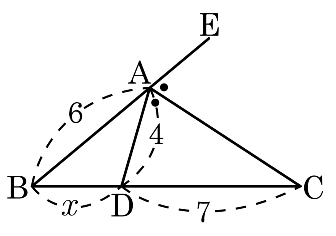
$\overline{\mathrm{BC}}//\overline{\mathrm{DE}}$ 가 되려면 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{BC}}$ 이다.

$2 : 8 = x : 12$

$8x = 24$

$\therefore\ x = 3$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$ 가 $\angle\mathrm{EAC}$ 의 이등분선일 때, x 의 길이는?



① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$

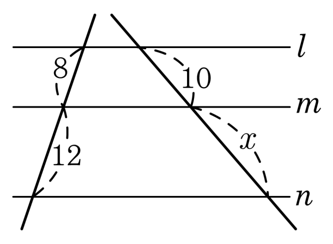
$6 : 4 = (x+7) : 7$

$4x + 28 = 42$

$4x = 14$

$\therefore x = \frac{7}{2}$

6. 다음 그림에서 $l \,/\!/\, m \,/\!/\, n$일 때, x의 값은?



① 15 ② 14.5 ③ 12 ④ 10.5 ⑤ 10.5

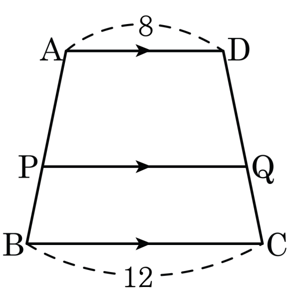
해설

$8 : 12 = 10 : x$

$8x = 120$

$\therefore\ x = 15$

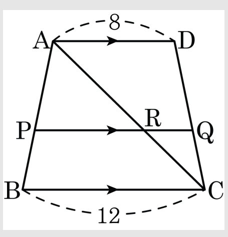
7. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AP}$: $\overline{PB} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 10　　② 10.2　　③ 10.4　　④ 10.6　　⑤ 10.8

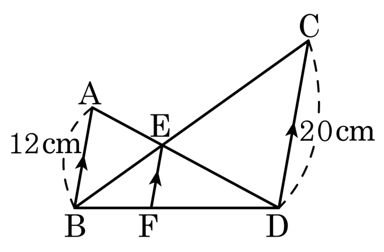
해설

대각선 $\overline{AC}$ 와 $\overline{PQ}$ 가 만나는 점을 R이라고 하면



$\overline{AP} : \overline{AB} = 3 : 5$, $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PR} : \overline{BC}$
$3 : 5 = \overline{PR} : 12$, $\overline{PR} = 7.2$
$\overline{CQ} : \overline{CD} = 2 : 5$, $\overline{CQ} : \overline{CD} = \overline{QR} : \overline{AD}$
$2 : 5 = \overline{QR} : 8$, $\overline{QR} = 3.2$
$\therefore\ \overline{PQ} = 7.2 + 3.2 = 10.4$

8. $\overline{EF}$ 의 길이는 무엇인가?



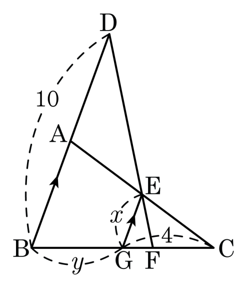
① $\frac{13}{2}$ cm　② $\frac{15}{2}$ cm　③ 8 cm
④ 10 cm　⑤ 12 cm

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ 이므로 $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{DC} = 12 : 20 = 3 : 5$
$\overline{BE} : \overline{BC} = 3 : 8$ 이므로
$\overline{EF} : \overline{CD} = 3 : 8$
$\overline{EF} : 20 = 3 : 8$
$\overline{EF} = \frac{60}{8} = \frac{15}{2}$ cm

9. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}, \overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{EC}}$ 일 때, $2x-y$ 의 값은?

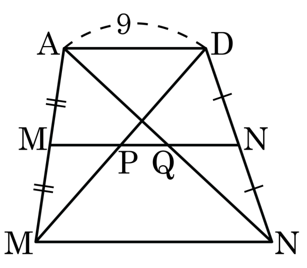
① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4



해설

$x=2.5,\ y=4\quad \therefore 2x-y=1$

10. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 11cm　② 12cm　③ 13cm　④ 14cm　⑤ 15cm

해설

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로 $\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

$\triangle$ABD 에서 $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$

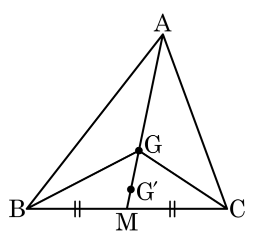
$\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 이므로

$\overline{PQ} = \frac{2}{3}\overline{MP} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2} = 3\,(\text{cm})$

$\triangle$ABC 에서

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 2\overline{MQ} = 2\left(\overline{MP} + \overline{PQ}\right) \\ &= 2 \times \left(\frac{9}{2} + 3\right) = 15\,(\text{cm})\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AM}$ 은 $\triangle ABC$ 의 중선이고, 점 G, G' 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게 중심이다. $\overline{AG} = 18\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?

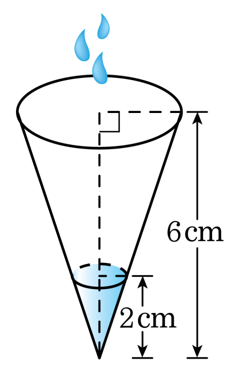


① 4 cm ② 4.5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 7.5 cm

해설

$\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1 = 18 : \overline{GM}$
$\therefore \overline{GM} = 9(\mathrm{cm})$,
$\overline{GG'} = 9 \times \dfrac{2}{3} = 6(\mathrm{cm})$

12. 그림과 같이 원뿔 모양의 통에 물을 일정한 속도로 넣고 있다. 오후 2 시에 물을 넣기 시작해서 오후 2 시 5 분에 물의 깊이가 2cm 가 되었다고 한다. 통에 물이 가득 차는 것은 언제인가?



① 오후 4 시
② 오후 4 시 5 분
③ 오후 4 시 10 분
④ 오후 4 시 15 분
⑤ 오후 4 시 20 분

해설

닮음비 $2:6=1:3$이므로 부피의 비는 $1:27$이다.
나머지 부분까지 가득 채울 때 걸리는 시간을 x시간이라 할 때
$1:26=5:x$
$\therefore\ x=130$
$\therefore$ 오후 4시 15분

13. 어떤 지도에서 실제 거리가 6km 인 두 지점 사이가 30cm 였다. 이 지도에서 넓이가 $5\,\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제 넓이를 구하여라.

▶ 답 : ______ km^2

▷ 정답 : 0.2 km^2

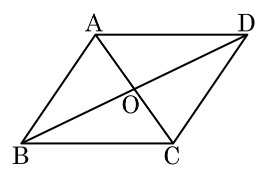
해설

(축척)$= \dfrac{30}{600000} = \dfrac{1}{20000}$

5 : (실제 넓이)$= 1^2 : 20000^2 = 1 : 400000000$

$\therefore$ (실제 넓이) $= 2000000000 = 0.2\left(\mathrm{km}^2\right)$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



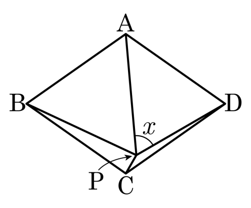
▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

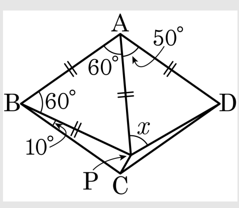
□ABCD 는 평행사변형이고
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ (대각선)
따라서 □ABCD 는 직사각형이다.

15. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle APD = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



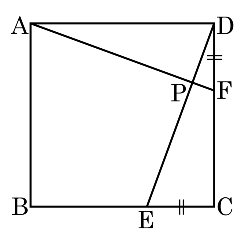
① 65 ② 60 ③ 55
④ 50 ⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle APD = 65^\circ$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\square\mathrm{ABCD}$ 는 정사각형이다. $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{FD}}$, $\square\mathrm{PECF} = 12\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{APD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

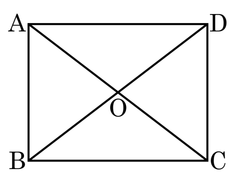
해설

$\triangle\mathrm{DEC} \equiv \triangle\mathrm{AFD}$ (SAS 합동) 이므로

$\triangle\mathrm{DPF}$ 는 공통

따라서 $\triangle\mathrm{APD} = \square\mathrm{PECF} = 12\ (\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\angle A = 90°$

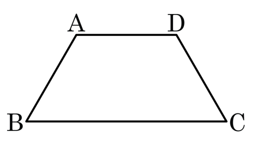
③ $\angle AOB = 90°$ ④ $\overline{AO} = \overline{BO}$

⑤ $\angle CDA = \angle ACB$

해설

직사각형이 정사각형이 되려면 네 변의 길이가 모두 같거나 두 대각선이 서로 수직이등분하면 된다.
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

18. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

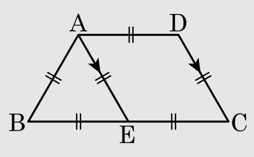


▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $\underline{60°}$

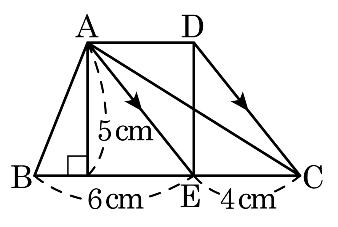
해설

$\overline{DC}$ 에 평행하게 $\overline{AE}$ 를 그으면 □AECD 는 평행사변형이 되고, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 점 E 는 $\overline{BC}$ 의 중점에 위치하게 된다. 그러므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AE}$ 이므로 △ABE 는 정삼각형이 된다.



$\therefore\ \angle B = 60°$

19. 다음 그림의 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$일 때, □ABED의 넓이는?



① 25cm^2　② 30cm^2　③ 35cm^2
④ 40cm^2　⑤ 45cm^2

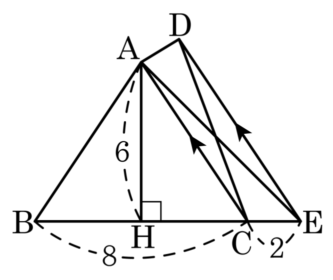
해설

$\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AEC = \triangle ADE$이다.

$\square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle AEC = \triangle ABC$

$\therefore \square ABED = \frac{1}{2} \times 5 \times (6+4) = 25(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



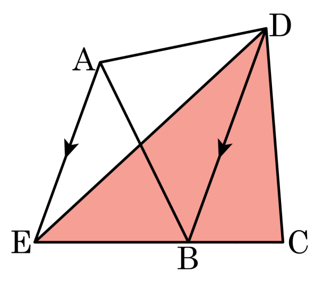
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 밑변과 높이가 같아 △ACD = △ACE이다.
□ABCD = △ABC + △ACD = △ABC + △ACE = △ABE
∴ □ABCD $= \frac{1}{2} \times 6 \times (8+2) = 30$

21. 다음 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$ 이고, $\square ABCD = 12\,cm^2$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{12\,cm^2}$

해설

$\triangle DEC = \triangle DEB + \triangle DBC$
$= \triangle ABD + \triangle DBC$
$= \square ABCD$

$\therefore\ \triangle DEC = 12(cm^2)$

22. 다음 중 항상 닮음인 두 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정사각형	㉡ 두 원
㉢ 두 원뿔	㉣ 두 직육면체
㉤ 두 정육면체	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

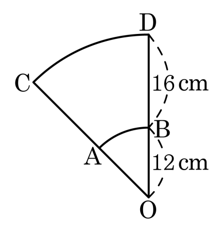
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

모든 원과 변의 개수가 같은 모든 정다각형끼리는 각각 항상 닮음이다. 따라서 ㉠, ㉡, ㉤이다.

23. 다음 그림과 같은 부채꼴에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 와 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 의 길이의 비와 부채꼴 AOB, COD 의 닮음비를 구한 것으로 옳은 것은?.



① 3 : 5 , 3 : 8

② 3 : 7 , 5 : 7

③ 4 : 7 , 3 : 8

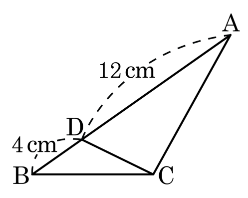
④ 3 : 7 , 3 : 7

⑤ 5 : 7 , 3 : 7

해설

길이비는 닮음비와 같으므로 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ $= \overline{OB} : \overline{OD} = 12 : 28 = 3 : 7$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CBD$ 가 닮은 도형일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$

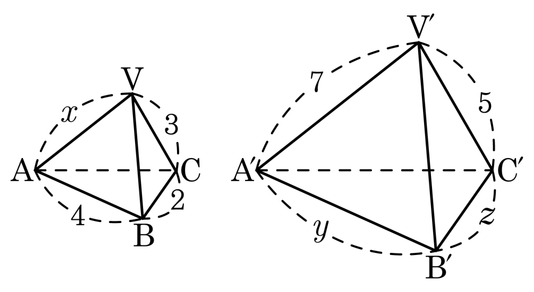
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BC} : \overline{BD}$

$16 : \overline{BC} = \overline{BC} : 4$

$\overline{BC}^2 = 64$

$\therefore\ \overline{BC} = 8\,\text{cm}\ (\because \overline{BC} > 0)$

25. 다음 그림의 두 사면체는 닮음이고 $\overline{VB}$,$\overline{V'B'}$ 이 대응할 때, $x(y+z)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

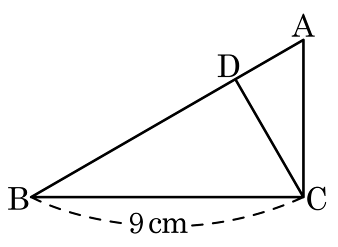
$3:5=x:7,\ 5x=21 \qquad \therefore\ x=\dfrac{21}{5}$

$3:5=4:y,\ 3y=20 \qquad \therefore\ y=\dfrac{20}{3}$

$3:5=2:z,\ 3z=10 \qquad \therefore\ z=\dfrac{10}{3}$

$\therefore\ x(y+z)=\dfrac{21}{5}\times\dfrac{30}{3}=42$

26. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ 이고 $\overline{BD} = 3\overline{DA}$ 이다. $\overline{BC} =$ 9cm 일 때 , $\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



① 4cm　　② $\frac{9}{2}$cm　　③ 5cm

④ $\frac{11}{2}$cm　　⑤ 7cm

해설

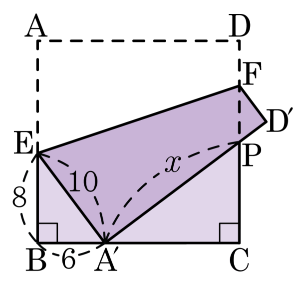
$\overline{AD} = a$ 라 하면, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = 2a$ 이므로

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2$, $\angle A$ 는 공통

$\therefore$ $\triangle ACD \backsim \triangle ABC$ 이고 닮음비는 $1 : 2$

따라서 $\overline{CD} : 9 = 1 : 2$, $\overline{CD} = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 이다.

27. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 A′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 12　② 13　③ 14　④ 15　⑤ 16

해설

i) $\overline{EA'} = \overline{EA} = 10$ 이므로 $\overline{AB} = 10+8 = 18$ 이 되어 □ABCD 는 한 변의 길이가 18 인 정사각형이 된다.
$\overline{A'C} = 18 - 6 = 12$

ii) $\angle BEA' + \angle BA'E = \angle BA'E + \angle PA'C = 90°$ 이므로 $\angle BEA' = \angle PA'C$ $\cdots$ ㉠
$\angle B = \angle C = 90°$ $\cdots$ ㉡

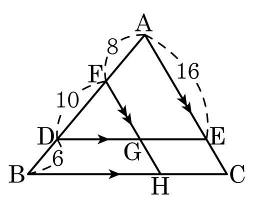
㉠, ㉡에 의해 $\triangle EBA' \backsim \triangle A'CP$

따라서 $\overline{EB} : \overline{A'C} = \overline{EA'} : \overline{A'P}$

$8 : 12 = 10 : x$

$\therefore\ x = 15$

28. 다음 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{FH} /\!/ \overline{AC}$ 일 때, $\overline{GH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

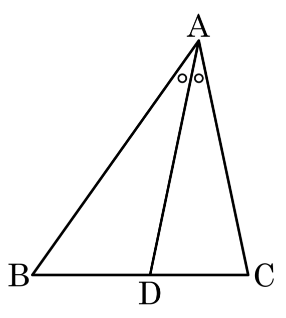
▷ 정답 : $\overline{GH} = \dfrac{16}{3}$

해설

$\overline{FH} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DFG \backsim \triangle DAE$ (AA 닮음) 이고, $\overline{FG} : \overline{AE} = \overline{DF} : \overline{DA}$ 와 같은 비례식이 생긴다. $\overline{FG} : 16 = 10 : 18 = 5 : 9$, $9\overline{FG} = 80$ 이므로 $\overline{FG} = \dfrac{80}{9}$ 이 된다.

그리고 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\triangle FDG \backsim \triangle FBH$ (AA 닮음) 이므로 $\overline{FG} : \overline{GH} = \overline{FD} : \overline{DB}$ 와 같은 비례식이 생긴다. $\dfrac{80}{9} : \overline{GH} = 10 : 6 = 5 : 3$, $5\overline{GH} = \dfrac{80}{3}$ 이므로 $\overline{GH} = \dfrac{16}{3}$ 이 된다.

29. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\overline{AB}$: $\overline{AC} = 6 : 5$ 이다. 삼각형 ACD 의 넓이가 12cm^2 일 때, 삼각형 ABD 의 넓이를 구하면?

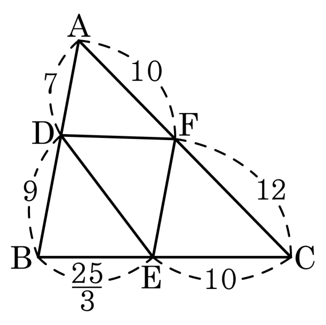


① 14cm^2 ② $\frac{72}{5}\text{cm}^2$ ③ $\frac{72}{11}\text{cm}^2$
④ 10cm^2 ⑤ 22cm^2

해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 6 : 5$
$\triangle ABD : 12 = 6 : 5$
$\therefore\ \triangle ABD = \frac{72}{5}(\text{cm}^2)$

30. 다음 그림에서 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FD}$ 중에서 $\triangle ABC$ 의 변에 평행한 선분의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{96}{11}$

해설

$12 : 10 = 10 : \frac{25}{3}$ 이므로 $\overline{FE} // \overline{AB}$

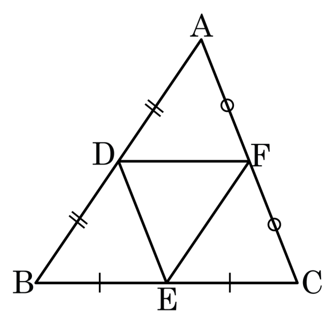
$\overline{CF} : \overline{CA} = \overline{FE} : \overline{AB}$

$12 : 22 = \overline{FE} : 16$

$22\overline{FE} = 192$

$\therefore\ \overline{FE} = \frac{96}{11}$

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 20cm 일 때, 각 변의 중점을 이어 만든 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?



① 10cm ② 12cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 20cm

해설

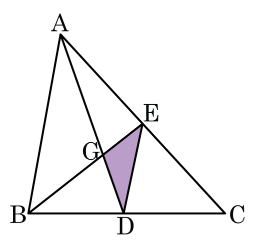
삼각형의 중점연결정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이다.

따라서 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} &= \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC}) \\ &= \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})\end{aligned}$$ 이다.

32. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $48 cm^2$ 일 때, $\triangle GDE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 4 $\underline{cm^2}$

해설

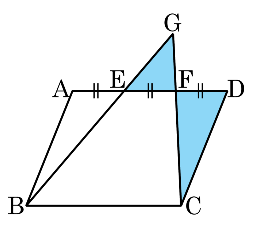
$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle GDE = \frac{1}{2} \triangle BGD$

$\triangle BGD = \frac{1}{6} \triangle ABC$

$\triangle GDE = \frac{1}{12} \triangle ABC = \frac{1}{12} \times 48 = 4(cm^2)$

33. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 삼등분점이다. $\overline{\mathrm{BE}}, \overline{\mathrm{CF}}$ 의 연장선의 교점을 G 라하고, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{GFE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCD}$ 의 넓이의 비와 그 합은?



① $1:3, 6\,\mathrm{cm}^2$ ② $1:2, 9\,\mathrm{cm}^2$

③ $1:3, 12\,\mathrm{cm}^2$ ④ $1:3, 15\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $1:2, 18\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{GEF} \backsim \triangle\mathrm{GBC}$ 에서 닮음비는

$\overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{BC}} = 1:3$ 이므로 넓이의 비는 $1:9$ 이다.

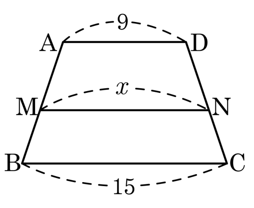
$\triangle\mathrm{ABE} = \triangle\mathrm{FCD} = \dfrac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$ 이므로 $\triangle\mathrm{GEF} : \square\mathrm{EBCF} = 1:8$, $\triangle\mathrm{FCD} : \square\mathrm{EBCF} = 1:4$

$\therefore \triangle\mathrm{GEF} : \triangle\mathrm{FCD} = 1:2$

$\square\mathrm{EBCF} = \dfrac{2}{3}\square\mathrm{ABCD} = 24(\mathrm{cm}^2)$, $\triangle\mathrm{GFE} = 3\left(\mathrm{cm}^2\right)$, $\triangle\mathrm{FCD} = 6\left(\mathrm{cm}^2\right)$

$\therefore \triangle\mathrm{GEF} + \triangle\mathrm{FCD} = 9(\mathrm{cm}^2)$

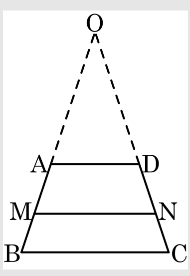
34. 다음 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$ 이다. □AMND 와 □MBCN 의 넓이가 같을 때, x^2 의 값은?



① 127 ② 137 ③ 142

④ 153 ⑤ 157

해설



$\triangle OAD : \triangle OMN : \triangle OBC = 81 : x^2 : 225$

□AMND = □MBCN 이므로

$x^2 - 81 = 225 - x^2$

$2x^2 = 306 \quad \therefore x^2 = 153$

35. 서로 닮은 직육면체 A, B 가 있다. 밑넓이의 비가 $36:49$ 이고, A 의 겉넓이가 108cm^2 일 때, B 의 겉넓이를 구하여라.

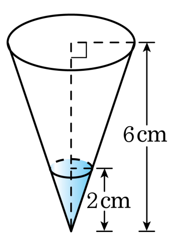
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 147 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

B 의 겉넓이를 x 라 하자.
$36:49=108:x$
$\therefore\ x=49\times 3=147(\text{cm}^2)$
따라서 B 의 겉넓이는 $147(\text{cm}^2)$ 이다.

36. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 수도로 물을 받는 데 3 분 동안 물을 받았더니 2cm 만큼 채워졌다. 그릇에 물을 가득 채우는 데 더 걸리는 시간을 구하여라.



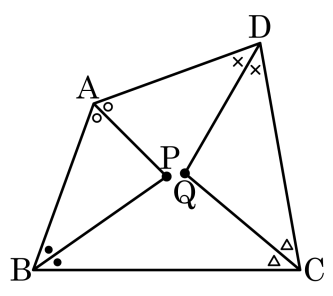
▶ 답 : 분

▷ 정답 : 78분

해설

물을 받은 모양은 그릇과 닮은 도형이고 닮음비는 $2 : 6 = 1 : 3$ 이다.
부피의 비는 $1^3 : 3^3 = 1 : 27$ 이므로
그릇에 물을 가득 채우는 데 총 걸리는 시간을 x분이라 하면
$1 : 27 = 3 : x, \quad \therefore\ x = 81$
따라서, 더 걸리는 시간은 $81 - 3 = 78$ (분) 이다.

37. 사각형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 P , $\angle C$ 와 $\angle D$ 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle APB + \angle DQC$ 의 크기를 구하여라.

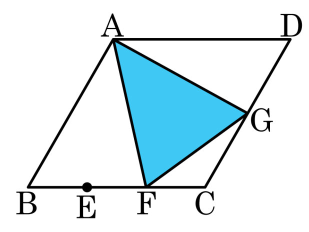


① $90°$ ② $150°$ ③ $180°$ ④ $210°$ ⑤ $240°$

해설

$\angle PAB = a$, $\angle PBA = b$, $\angle DCQ = c$, $\angle CDQ = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360° \therefore\ a + b + c + d = 180°$
△ABP 와 △DQC 에서
$a + b + \angle APB + c + d + \angle DQC = 360°$
$\therefore\ \angle APB + \angle DQC = 180°$

38. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $120\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{BC}$ 의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$ 의 중점을 G 라 할 때, $\triangle AFG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $40\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle AFC$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square ABCD = 40(\mathrm{cm}^2)$

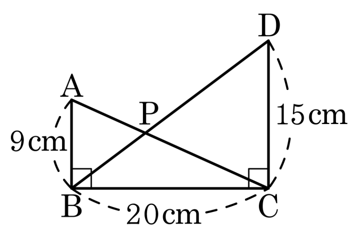
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \dfrac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \dfrac{1}{2}\triangle DFC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}\triangle BDC = \dfrac{1}{12}\square ABCD = 10(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle AGD = \dfrac{1}{2}\triangle ACD = \dfrac{1}{4}\square ABCD = 30(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 40(\mathrm{cm}^2)$

39. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{104}{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{225}{4}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{147}{2}\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{149}{4}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{150}{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

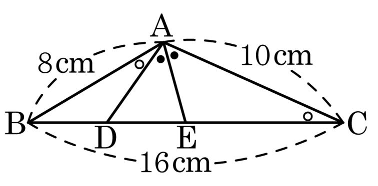
$\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 5,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 3 : 5$

$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$

$\overline{PH} : 9 = 5 : 8,\ \overline{PH} = \frac{45}{8}(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{45}{8} = \frac{225}{4}(\mathrm{cm}^2)$

40. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 이고, $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 16cm$, $\overline{AC} = 10cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



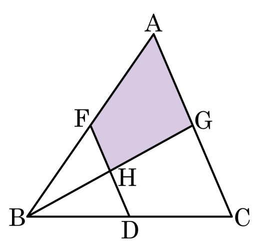
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)이므로
$\overline{BD} : 8 = 8 : 16 \rightarrow \overline{BD} = 4(cm)$
$\overline{AD} : 10 = 8 : 16 \rightarrow \overline{AD} = 5(cm)$
$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{EC} = 16 - 4 - x = 12 - x$ 이고
$\triangle ADC$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AD}$: $\overline{AC} = \overline{DE} : \overline{EC}$
$5 : 10 = x : (12 - x)$
$10x = 5(12 - x)$
$15x = 60$
$x = 4$
$\therefore\ \overline{DE} = 4cm$

41. $\triangle ABC$ 에서 점 D, F, G 는 각각 세 변의 중점이다. $\triangle FBH = 6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이는?

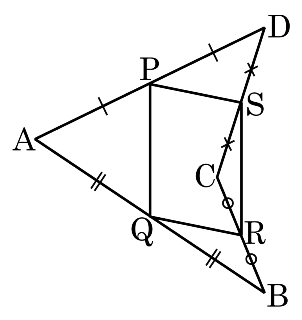


① $12\,\mathrm{cm}^2$　② $15\,\mathrm{cm}^2$　③ $16\,\mathrm{cm}^2$
④ $18\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 F, G 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로
$\overline{FG} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 $\triangle HFG \equiv \triangle HDB$ 이다.
따라서 $\overline{BH} = \overline{HG}$ 이므로
$\triangle FBH = \triangle FHG = 6\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.
그리고 $\triangle GFB = \triangle GFA = 12\,\mathrm{cm}^2$
따라서 $\square AFHG = \triangle HFG + \triangle GFA = 18\,\mathrm{cm}^2$

42. 다음 그림과 같이 $\overline{AP} = \overline{PD}$, $\overline{AQ} = \overline{QB}$, $\overline{BR} = \overline{RC}$, $\overline{CS} = \overline{SD}$ 인 네 점을 잡아 사각형 PQRS 를 만들었다. 다음 설명 중 옳은 것은?



> ㉠ 점 A, B, C, D 를 연결하여 만든 도형은 사각형이 아니다.
> ㉡ 사각형 PQRS 는 평행사변형이다.
> ㉢ 삼각형 APQ 는 정삼각형이다.
> ㉣ 삼각형의 중점연결정리에 따라 $2 \times \overline{PS} = \overline{AB}$ 이다.
> ㉤ $\overline{PQ}$ 와 $\overline{SR}$ 은 서로 평행하고, 길이가 같다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉤　④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

점 B 와 D 를 연결하면 삼각형의 중점연결정리에 의하여

$\triangle$ABD 에서 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{PQ} \,//\, \overline{BD}$

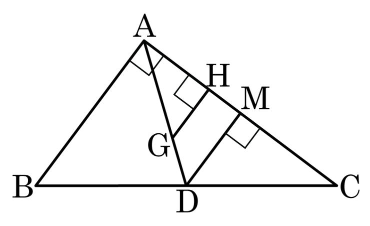
$\triangle$CBD 에서 $\overline{RS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{RS} \,//\, \overline{BD}$

$\therefore \overline{PQ} = \overline{SR}, \overline{PQ} \,//\, \overline{RS}$

따라서 □PQRS 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

43. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=10$, $\overline{AC}=8$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심 G 에서 변 AC 에 내린 수선의 발을 H, 변 AC 의 중점을 M 이라 할 때, 선분 GH 의 길이를 구하여라.



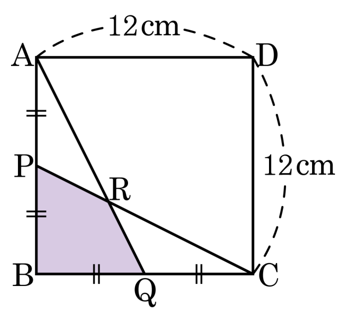
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

중점연결 정리에 의해 $\triangle ABC \backsim \triangle CMD$ 이고, 닮음비는 $2:1$ 이므로 $\overline{DM}=3$
또 $\overline{GH} /\!/ \overline{DM}$ 이므로 $\triangle ADM \backsim \triangle AGH$ 이고, 닮음비는 무게중심의 성질에 의해 $3:2$
$\therefore\ \overline{GH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=2$

44. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 두 변 AB, BC 의 중점을 각각 P ,Q 라 하고 $\overline{AQ}$ 와 $\overline{PC}$ 의 교점을 R 라 할 때, □PBQR 의 넓이는?



① $20\mathrm{cm}^2$　② $22\mathrm{cm}^2$　③ $24\mathrm{cm}^2$　④ $26\mathrm{cm}^2$　⑤ $28\mathrm{cm}^2$

해설

△ABC 에서, 점 R 은 두 중선의 교점이므로 점 R은 △ABC 의 무게중심이므로 $\overline{CR} : \overline{RP} = 2 : 1$

$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle RBC = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle RQC = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ □PBQR $= \triangle PBC - \triangle RQC = 36 - 12 = 24(\mathrm{cm}^2)$