1. $1 < a < 4$일 때, $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$
$= |a-4| + |a-1|$
$= -a + 4 + a - 1 \ = 3$

2. $x = 2 - \sqrt{3}$, $y = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 6xy}$ 의 값은?

① $\sqrt{3} + 1$ ② $\sqrt{3} - 1$ ③ $2\sqrt{3} + 1$

④ $2\sqrt{3} - 1$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 7 - 4\sqrt{3} = 7 - 2\sqrt{12}$

$6xy = 6(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 6$ 에서

$$\sqrt{x^2 + 6xy} = \sqrt{13 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{12} - 1)^2}$$

$$= 2\sqrt{3} - 1$$

3. $y = \sqrt{4x-12}+5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b만큼 평행이동한 것이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3}+5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
x 축 방향으로 3만큼,
y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
$\therefore\ a+b = 8$

4. 다음 ( ) 안에 알맞은 것은?

$\frac{3}{2}i,\ \frac{5}{4}i,\ (\quad),\ \frac{9}{8}i,\ \frac{11}{10}i,\ \cdots$

① $\frac{5}{4}i$ ② i ③ $\frac{7}{6}i$ ④ $\frac{8}{6}i$ ⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n이라 하면 $b_n = (2n+1)i$이다.
따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$이다.

5. 다음 수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은?

$-1,\ 2,\ -3,\ 4,\ \cdots$

① $(-1)^{n+1} \times n$ ② $n-(-1)^n$ ③ $(-1)^n + n$
④ $(-1)^n \times n$ ⑤ $\frac{1}{2}\{1-(-1)^n\}$

해설

$a_1 = -1 \cdot 1$
$a_2 = (-1)^2 \cdot 2$
$a_3 = (-1)^3 \cdot 3$
$a_4 = (-1)^4 \cdot 4$이므로
$a_n = (-1)^n \cdot n$

6. 첫째항이 6, 공차가 -5인 등차수열 $\{a_n\}$에서 -44는 제 몇 항인가?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

첫째항이 6이고, 공차가 5이므로 일반항은 a_n은

$a_n = 6 + (n-1)\cdot(-5) = -5n + 11$

$-5n + 11 = -44$

$5n = 55 \quad \therefore \; n = 11$

7. 세 수 $-7+2x,\ 5+x,\ 5-4x$가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

해설

$-7+2x,\ 5+x,\ 5-4x$가 등차수열을 이루면 $5+x$가 등차중항이므로

$2(5+x)=-7+2x+5-4x$

$4x=-12$

$\therefore\ x=-3$

8. 제 4 항이 -16, 제 7 항이 128 인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 20 항까지의 합은?

① $\frac{1}{3}(2^{20}-1)$ ② $\frac{1}{3}(1-2^{20})$ ③ $\frac{1}{3}(1-2^{20})$
④ $2(1-2^{20})$ ⑤ $2(1+2^{20}))$

해설

첫째항을 a, 공비를 r이라 하면

$ar^3=-16,\ ar^6=128$

$r^3=-8$

$\therefore\ r=-2,\ a=2$

$S_{20}=\dfrac{2\left\{1-(-2)^{20}\right\}}{1-(-2)}$

$=\dfrac{2}{3}(1-2^{20})$

9. $4^3+5^3+6^3+\cdots+10^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2989

해설

$4^3+5^3+6^3+\cdots+10^3=\sum_{k=1}^{10}k^3-\sum_{k=1}^{3}k^3$

$=\left(\frac{10\cdot 11}{2}\right)^2-\left(\frac{3\cdot 4}{2}\right)^2$

$=3025-36=2989$

10. $\sqrt[3]{a\sqrt{a}\times\dfrac{a}{\sqrt[4]{a}}}$ 를 간단히 하면?

① $\sqrt[4]{a^3}$ ② $\sqrt[6]{a^5}$ ③ $\sqrt[13]{a^5}$ ④ $\sqrt[7]{a^8}$ ⑤ $\sqrt{a^5}$

해설

$\sqrt[3]{a\sqrt{a}\times\dfrac{a}{\sqrt[4]{a}}}$

$= \sqrt[3]{a^1\cdot a^{\frac{1}{2}}\cdot a\cdot a^{-\frac{1}{4}}}$

$= (a^{1+\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} = (a^{\frac{9}{4}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}$

11. $\sqrt{10+\sqrt{96}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $a+b+\dfrac{2}{a+b}$의 값을 구하면?

① $2\sqrt{6}$　　② $\sqrt{6}$　　③ $2-\sqrt{6}$

④ $3+\sqrt{6}$　　⑤ $3+\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{10+\sqrt{96}} = \sqrt{10+2\sqrt{24}} = \sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{4})^2}$

$= \sqrt{6}+2,\ 2+\sqrt{6} = 4.\times\times\times$

$\therefore$ 정수 부분 a : 4 소수 부분 b : $= \sqrt{6}-2$

$\Rightarrow a+b+\dfrac{2}{a+b} = 2+\sqrt{6}+\dfrac{2}{2+\sqrt{6}}$

$= \sqrt{6}+2+\dfrac{2(\sqrt{6}-2)}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}$

$= 2\sqrt{6}$

12. $1 \le x \le a$ 일 때, $y = \sqrt{2x-1}+3$ 의 최솟값이 m, 최댓값이 6 이다. $a+m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \le x \le a$ 에서, 함수 $y = \sqrt{2x-1}+3$ 은 증가함수이므로
$x = 1$ 일때 최솟값을 가진다.
곧, $m = \sqrt{2-1}+3 = 4$
$\therefore m = 4$
또한, $x = a$ 일 때 최댓값을 가지므로
$6 = \sqrt{2a-1}+3$
$\therefore a = 5$
$\therefore a+m = 9$

13. 무리함수 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x + k$ 와 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{3}{2} < k < 2$ ② $\frac{3}{2} \le k < 2$ ③ $\frac{3}{2} \le k \le 2$
④ $\frac{3}{2} < k \le 2$ ⑤ $1 \le k < 2$

해설

(i) 두 그래프가 접할 때, $\sqrt{2x+3} = x + k$의 양변을 제곱하여 정리하면

$x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 3 = 0$

이것이 중근을 가지므로

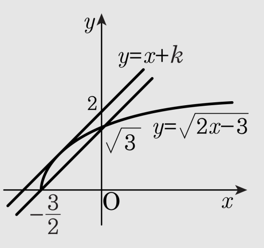
$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2-3) = -2k + 4 = 0$

$\therefore\ k = 2$

(ii) 직선 $y = x + k$가 점 $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$을 지날때

$0 = -\frac{3}{2} + k$

$\therefore\ k = \frac{3}{2}$



(i), (ii)와 위의 그림으로부터 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 k 값의 범위는

$\frac{3}{2} \le k < 2$

14. 8과 27사이에 두 수 x, y를 넣었더니 8, x, y, 27이 이 차례로 등비수열을 이루었다. 이때, $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

8, x, y, 27이 등비수열이므로

$a_1 = 8$

$a_4 = a_1 r^3 = 27,\ 8r^3 = 27$

$r^3 = \frac{27}{8}, \quad \therefore r = \frac{3}{2}$

$x = a_1 r = 8 \cdot \frac{3}{2} = 12$

$y = a_1 r^2 = 8 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 8 \cdot \frac{9}{4} = 18$

$\therefore x + y = 12 + 18 = 30$

15. 1 에서 10 까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 S 라 할 때, $\frac{S}{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 132

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로

1 에서 10 까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 S 라 하면

$(1+2+3+\cdots+10)^2 = (1^2+2^2+\cdots+10^2)+2S$

$2S = \left(\frac{10\cdot 11}{2}\right)^2 - \frac{10\cdot 11\cdot 21}{6} = 2640$

$\therefore S = 1320$

$\therefore \frac{S}{10} = 132$

16. $a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 1,\ a_{n+9} - a_{n+2} = 35$가 성립할 때, a_{100}의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 496

해설

$2a_{n+2} = a_n + a_{n+2}$를 만족하는 수열 $\{a_n\}$은 등차수열이므로 공차를 d라 하면

$a_{n+9} = a_{n+2} + 7d$에서 $7d = 35$

$\therefore\ d = 5$

$\therefore\ a_{100} = 1 + 99 \cdot 5 = 496$

17. 수열 $\{a_n\}$이 $\log_3 a_n - 2\log_3 a_{n+1} + \log_3 a_{n+2} = 0(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$을 만족하고, $a_1 = 1,\ a_2 = 3$일 때, $\log_3 a_{10}$의 값은?

① 1　　② 3　　③ 6　　④ 9　　⑤ 18

해설

$\log_3 a_n - 2\log_3 a_{n+1} + \log_3 a_{n+2} = 0(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$에서

$2\log_3 a_{n+1} = \log_3 a_n + \log_3 a_{n+2}$

$\log_3 a_{n+1}^2 = \log_3 a_n a_{n+2}$

$\therefore\ a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$

따라서, 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고,

$\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{3}{1} = 3$이므로 첫째항은 1이고, 공비는 3이다.

즉, $a_n = 1 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1}$이므로 $a_{10} = 3^9$

$\therefore\ \log_3 a_{10} = \log_3 3^9 = 9$

18. $a_1 = 4$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 이 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_{n+1} = 3S_n$ $(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$이 성립할 때, 제 5 항은?

① 678　　② 708　　③ 738　　④ 768　　⑤ 798

해설

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이고 $a_{n+1} = 3S_n$이므로

$S_{n+1} - S_n = 3S_n$

$\therefore S_{n+1} = 4S_n$

이때, $a_1 = S_1 = 4$이므로 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 4, 공비가 4인 등비수열이다.

$\therefore S_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$

$\therefore a_n = S_n - S_{n-1} = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1} (n \geq 2)$

$\therefore a_5 = 3 \cdot 4^4 = 768$

19. $a_1 = 3$, $a_2 = \dfrac{3}{7}$, $\dfrac{2}{a_{n+1}} = \dfrac{1}{a_n} + \dfrac{1}{a_{n+2}}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n < \dfrac{1}{50}$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

$\dfrac{2}{a_{n+1}} = \dfrac{1}{a_n} + \dfrac{1}{a_{n+2}}$ 이므로 수열 $\dfrac{1}{a_n}$ 은 등차수열을 이룬다. 등차수열 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 의 공차를 d 라 하면 $d = \dfrac{1}{a_2} - \dfrac{1}{a_1} = \dfrac{7}{3} - \dfrac{1}{3} = 2$

따라서 수열 $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항 $\dfrac{1}{a_n}$ 은

$\dfrac{1}{a_n} = \dfrac{1}{3} + (n-1)\cdot 2 = \dfrac{6n-5}{3}$

$\therefore\ a_n = \dfrac{3}{6n-5}$

$\dfrac{3}{6n-5} < \dfrac{1}{50}$ 에서 $n \geq 25.\cdots$

따라서 구하는 자연수 n 의 최솟값은 26 이다.

20. $\log_2 14$의 소수부분을 $a(0 \le a < 1)$이라 할 때, 2^{a+2}의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\log_2 14 = 1 + \log_2 7$

$\log_2 4 < \log_2 7 < \log_2 8$

$2 < \log_2 n < 3$

정수 부분 : $1 + 2 = 3$

소수 부분 : $\log_2 14 - 3 = \log_2 \frac{14}{8} = a$

$a + 2 = a + \log_2 4$

$= \log_2 \frac{14}{8} \cdot 4 = \log_2 \frac{14}{2} = \log_2 7$

$2^{a+2} = 2^{\log_2 7} = 7$

21. $\log_2 3 = a,\ \log_3 7 = b$일 때, $\log_{36} 42$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $\dfrac{1+a+ab}{1+a}$ ② $\dfrac{1+a+2ab}{1+a}$ ③ $\dfrac{1+2a+ab}{2+a}$
④ $\dfrac{1+a+ab}{2(1+a)}$ ⑤ $\dfrac{2+a+2ab}{2(1+a)}$

해설

로그의 밑을 3으로 통일시키면

$\log_3 2 = \dfrac{1}{\log_2 3} = \dfrac{1}{a},\ \ \log_3 7 = b$

$\log_{36} 42 = \dfrac{\log_3 42}{\log_3 36} = \dfrac{\log_3(2 \times 3 \times 7)}{\log_3(2^2 \times 3^2)}$

$= \dfrac{\log_3 2 + 1 + \log_3 7}{2\log_3 2 + 2}$

$\dfrac{\frac{1}{a} + 1 + b}{2 \cdot \frac{1}{a} + 2} = \dfrac{1+a+ab}{2(1+a)}$

22. a, x, y가 양의 실수이고 $A = \log_a x^2 - \log_a y^3$, $B = \log_a y^2 - \log_a x^3$ 일 때, 다음 중 $2A + 3B$와 같은 것은?(단, $a \neq 1$)

① $\log_a \frac{1}{x^5}$ ② $\log_a \frac{1}{y^5}$ ③ $\log_a \frac{1}{xy}$
④ $\log_a \frac{x^5}{y^5}$ ⑤ $\log_a \frac{x^5}{y^7}$

해설

$A = \log_a x^2 - \log_a y^3 = 2\log_a x - 3\log_a y$
$B = \log_a y^2 - \log_a x^3 = 2\log_a y - 3\log_a x$

$$\begin{aligned} \therefore 2A + 3B &= 2(2\log_a x - 3\log_a y) + 3(2\log_a x - 3\log_a x) \\ &= -5\log_a x = \log_a x^{-5} = \log_a \frac{1}{x^5} \end{aligned}$$

23. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7133

해설

상용로그표에서 $\log 1.38 = 0.1399$ 이므로

$$\begin{aligned}\log \sqrt[3]{0.138} &= \frac{1}{3}\log 0.138 = \frac{1}{3}\log(1.38 \times 10^{-1}) \\ &= \frac{1}{3}(\log 1.38 - 1) = \frac{1}{3}(0.1399 - 1) \\ &= -0.2867 = -1 + 0.7133\end{aligned}$$

따 라 서

$\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분은 0.7133 이다.

24. 같은 크기의 통나무를 맨 아래 단에 $2n$개를 놓고, 위로 올라가면서 1개씩 줄여서 n단이 되도록 쌓으려고 한다. 그림은 맨 아래 단에 6개를 놓고 3단으로 통나무를 쌓은 것이다. 이와 같은 방법으로 맨 아래 단에 30개를 놓고 15단을 쌓을 때, 필요한 통나무의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

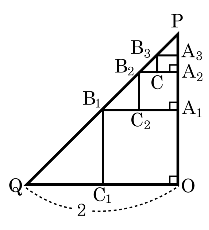
▷ 정답 : 345개

해설

통나무의 개수는 맨 아래 단부터 30, 29, 28, $\cdots$ 이고, 모두 15단이 있으므로 첫째항이 30, 공차가 -1, 항의 개수가 15인 등차수열의 항을 이룬다.
따라서 전체 통나무의 개수는

$$\frac{15 \cdot \{2 \cdot 30 + 14 \cdot (-1)\}}{2} = 345(\text{개})$$

25. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OP}} = \overline{\mathrm{OQ}} = 2$인 직각이등변삼각형 OPQ에 정사각형 $\mathrm{OA_1B_1C_1}$을 내접시킨다. 다시 직각이등변삼각형 $\mathrm{A_1PB_1}$에 정사각형 $A_1A_2B_2C_2$를 내접시킨다. 이와 같은 시행을 5회 반복할 때 만들어지는 정사각형의 넓이의 총합은?



① $\frac{3}{4}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}$ ② $\frac{4}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$

③ $\left\{1+\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$ ④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{4}{3}\left\{1+\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}$

해설

삼각형 OPQ는 $\overline{\mathrm{OP}} = \overline{\mathrm{OQ}} = 2$인 직각이등변삼각형이므로 내접시킨 정사각형의 한 변의 길이는 1이다. 즉, $\overline{\mathrm{OA_1}} = 1$

마찬가지로 $\overline{\mathrm{A_1A_2}} = \frac{1}{2}$, $\overline{\mathrm{A_3A_4}} = \frac{1}{4}, \cdots$

이때, 정사각형의 넓이는 1^2, $\left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{4}\right)^4, \cdots$ 이므로 구하는 정사각형의 넓이의 합은 첫째항이 1이고, 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열의 첫째항부터 제5항까지의 합이다.

$$\therefore \frac{1 \cdot \left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$$

26. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \left[\dfrac{100}{2^{2n}}\right]$ 으로 정의할 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값은?

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

해설

$a_1 = \left[\dfrac{100}{4}\right] = 25$

$a_2 = \left[\dfrac{100}{16}\right] = 6$

$a_3 = \left[\dfrac{100}{64}\right] = 1$

$a_4 = \left[\dfrac{100}{256}\right] = 0$

$\sum_{k=1}^{100} a_k = 25 + 6 + 1 = 32$

27. 수열 $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \cdots$ 에서 제 100항까지 $\frac{2}{3}$와 같은 값은 몇 번 나타나는가?

① 2번　　② 3번　　③ 4번　　④ 5번　　⑤ 6번

해설

수열 $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \cdots$ 에서

(분자)+ (분모) 의 합이 같은 것끼리 묶으면

제1군　제2군　　제3군　　　제5군

$(1), \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{1}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{1}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right) \cdots$

제1군에서 제n군까지의 항의 개수는

$1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

$n = 13$일 때 $\frac{13 \cdot 14}{2} = 91$, $n = 14$일 때

$\frac{14 \cdot 15}{2} = 105$

이므로 제 100항은 14군의 제9번째 항이다.

그런데 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$은

제 14군의 6번째 항이므로

제 100항까지의 $\frac{2}{3}$와 같은 값은 3번 나온다.

28. $a^3 = 3-2\sqrt{2}$일 때, $\dfrac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^{-2}-a^{-\frac{1}{2}}} + \dfrac{a^{\frac{1}{2}}}{a^2+a^{\frac{1}{2}}}$ 의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　② $\sqrt{2}$　　③ $2(\sqrt{2}-1)$

④ $2(\sqrt{2}+1)$　　⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$a^3 = 3-2\sqrt{2}$일 때,

$a^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$

$$\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^{-2}-a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^2+a^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{(a^{-2}-a^{-\frac{1}{2}})a^{\frac{1}{2}}} + \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}}}{(a^2+a^{\frac{1}{2}})a^{-\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{a^{-\frac{3}{2}}-1} + \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}+1}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}-1}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1+1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}+1-1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1+1}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

29. $\log_{10} 3000$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y라고 할 때, $x + 3^{\frac{1}{y}}$ 의 값은?

① 0 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 13

해설

$\log_{10} 3000 = \log_{10}(3 \times 1000)$
$= \log_{10} 3 + \log_{10} 1000$
$= \log_{10} 3 + 3$
정수 부분은 3, 소수 부분은 $\log_{10} 3$ 이므로
$x + 3^{\frac{1}{y}} = 3 + 3^{\frac{1}{\log_{10} 3}} = 3 + 3^{\log_3 10} = 3 + 10 = 13$

30. 전파가 어떤 벽을 투과할 때 전파의 세기가 A에서 B로 바뀌면, 그 벽의 전파감쇄비 F는 $\mathrm{F} = 10\log\left(\frac{\mathrm{B}}{\mathrm{A}}\right)$ (데시벨)로 정의한다. 전파감쇄비가 -7(데시벨)인 벽을 투과한 전파의 세기는 투과하기 전 세기의 몇 배인가? (단, $10^{\frac{3}{10}} = 2$로 계산한다.)

① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{7}{10}$

해설

$$-7 = 10\log\frac{B}{A}$$

$$-\frac{7}{10} = \log\frac{B}{A}$$

$$\frac{B}{A} = 10^{-\frac{7}{10}} = 10^{-1} \times 10^{\frac{3}{10}} = \frac{1}{10} \times 2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

31. 두 실수 a, b에 대하여 $a+b=\sqrt{7\sqrt{5}-\sqrt{3}}$, $a-b=\sqrt{7\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ 가 성립할 때, a^2+ab+b^2 의 값을 구하면?

① $3\sqrt{5}+\sqrt{3}$　② $5\sqrt{5}+\sqrt{3}$　③ $5\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{5}+3\sqrt{3}$　⑤ $\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= \frac{1}{2}\{(a+b)^2+(a-b)^2\} \\ &= \frac{1}{2}(7\sqrt{5}-\sqrt{3}+7\sqrt{3}-\sqrt{5}) \\ &= 3\sqrt{5}+3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= \frac{1}{4}\{(a+b)^2-(a-b)^2\} \\ &= \frac{1}{4}(7\sqrt{5}-\sqrt{3}-7\sqrt{3}+\sqrt{5}) \\ &= 2\sqrt{5}-2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\therefore\ a^2+ab+b^2=5\sqrt{5}+\sqrt{3}$

32. $3^x+3^y=5,\ x+y=1$ 일 때, $(3^x+1)(3^{2x}-3^x+1)+(3^y-1)(3^{2y}+3^y+1)$ 의 값은?

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

$$(3^x+1)(3^{2x}-3^x+1)+(3^y-1)(3^{2y}+3^y+1)$$
$$=(3^{3x}+1)+(3^{3y}-1)$$
$$=3^{3x}+3^{3y}$$
$$=(3^x+3^y)^3-3\cdot 3^x\cdot 3^y\cdot(3^x+3^y)$$
$$=(3^x+3^y)^3-3^{x+y+1}(3^x+3^y)$$
$$=5^3-3^2\cdot 5=80$$

33. 3^{37}은 m자리의 자연수이고, 최고 자리의 숫자는 n이다. 이때, $m+n$의 값은?

① 19 ② 80 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$\log 3^{37} = 37\log 3 = 37 \times 0.4771 = 17.6527$

$\log 3^{37}$의 지표가 17이므로 3^{37}은 18자리의 수이다.

$\therefore m = 18$

$\log 3^{37}$의 가수가 0.6527이고

$\log 4 = 2\log 2 = 0.6020$,

$\log 5 = 1 - \log 2 = 0.6990$이므로

$\log 4 < 0.6527 < \log 5$

$17 + \log 4 < 17.6527 < 17 + \log 5$

$\log(4 \times 10^{17}) < \log 3^{37} < \log(5 \times 10^{17})$

따라서 $4 \times 10^{17} < 3^{37} < 5 \times 10^{17}$이므로

3^{37}의 최고 자리의 숫자는 4이다.

$\therefore\ n = 4$

$\therefore\ m + n = 18 + 4 = 22$