

1. $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수들 모두 찾으시오.

㉠ $x - 1$

㉡ $x + 1$

㉢ $x - 2$

㉤ $x + 2$

㉥ $x - 4$

㉦ $x + 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$x^2 + 3x = A$ 라고 하자.

$$(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$$

$$= (A + 3)(A - 5) + 7$$

$$= A^2 - 2A - 15 + 7$$

$$= A^2 - 2A - 8$$

$$= (A + 2)(A - 4)$$

$$= (x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4)$$

$$= (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + 4)$$

따라서 $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x - 5) + 7$ 의 일차식의 인수는 $x + 1, x + 2, x - 1, x + 4$ 이다.

2. $xy - x + y - 1 = (x - a)(y + b)$ 가 성립할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $b < 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -2$

해설

$y - 1 = X$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} xy - x + y - 1 &= xX + X = X(x + 1) \\ &= (x + 1)(y - 1) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b = -2$$

3. $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 이 완전제곱식이 되도록 하는 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $m = 1$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m \\ &= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) + m \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) + m \end{aligned}$$

$x^2 - 5 = t$ 로 치환하면

$$(t+4)(t+6) + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m$$

$$t^2 + 10t + 24 + m = (t+5)^2$$

$$24 + m = 5^2$$

$\therefore m = 1$ 이다.

4. $ab - b - a + 1$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(a - b)(b + 1)$

② $(a + b)(b - 1)$

③ $(a - 1)(b - 1)$

④ $(a + 1)(b - 1)$

⑤ $(a - 1)(b + 1)$

해설

$$ab - b - a + 1 = b(a - 1) - (a - 1) = (a - 1)(b - 1)$$

5. $x^2 - 2xy + y^2 - 9$ 를 인수분해하여 x, y 의 계수와 상수항의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy + y^2 - 9 &= (x - y)^2 - 3^2 \\ &= (x - y - 3)(x - y + 3)\end{aligned}$$

$$\therefore 1 - 1 - 3 + 1 - 1 + 3 = 0$$

6. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 5$$

7. $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2})^2 \\ &\quad - 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times (3 - 2) \\ &= 12 - 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

8. $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 일 때, $4x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \rightarrow 2x-1 = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 = 3$$

9. $50 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 50 \left\{ \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \right\} \\ &\cdots \left\{ \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 + \frac{1}{9}\right) \right\} \left\{ \left(1 - \frac{1}{10}\right) \left(1 + \frac{1}{10}\right) \right\} \\ &= 50 \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \right) \times \\ &\cdots \left(\frac{7}{8} \times \frac{9}{8} \right) \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{10}{9} \right) \times \left(\frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \right) \\ &= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$

10. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x + y$, $2x + 1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3 + 2x^2y + 7x^2 + 7xy + 3x + 3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2 + 7x + 3)y + 2x^3 + 7x^2 + 3x \\&= (2x^2 + 7x + 3)y + (2x^2 + 7x + 3)x \\&= (x + y)(2x^2 + 7x + 3) \\&= (x + y)(2x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$$x + y = 2x + 1 = x + 3$$

$$2x + 1 = x + 3$$

$$x = 2, y = 3$$

(한 모서리의 길이)

$$= x + y = 2x + 1 = x + 3 = 5$$