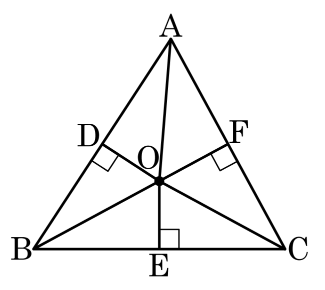
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$ ② $\overline{AF} = \overline{CF}$

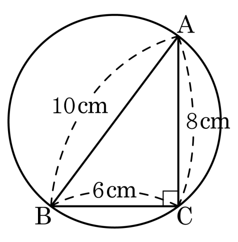
③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ④ $\angle DAO = \angle DBO$

⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\mathrm{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 이다. 외접원의 넓이는?

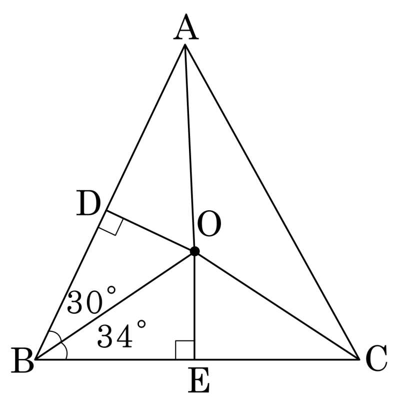


① $22\pi\,\mathrm{cm}^2$
② $25\pi\,\mathrm{cm}^2$
③ $26\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $28\pi\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

반지름이 $5\,\mathrm{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

3. $\triangle ABC$ 에서 점O 는 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 34°$ 로 주어졌을 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하시오.

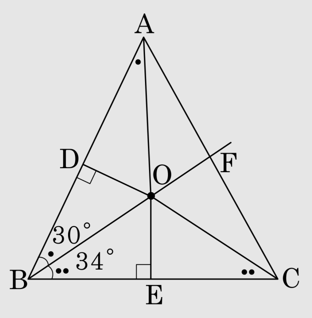


▶ 답 : °

▷ 정답 : 128°

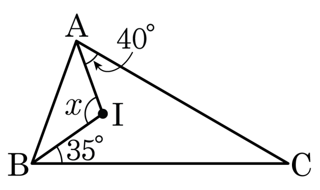
해설

$\overline{BO}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\angle AOF = 2\angle ABO$ (외각), 마찬가지로 $\angle COF = 2\angle OBE$ 이다.



$$\begin{aligned} \therefore \angle AOC &= 2\angle ABC \\ &= 2 \times (30° + 34°) \\ &= 128° \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



① 100 °　② 105 °　③ 110 °　④ 115 °　⑤ 120 °

해설

삼각형의 내각의 합은 180 °이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

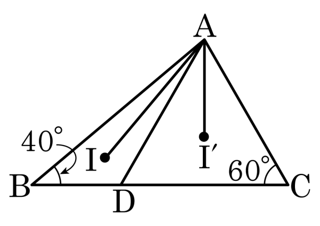
5. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

6. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

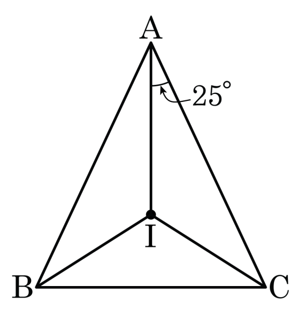


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?

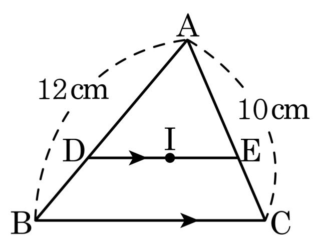


① $105°$ ② $110°$ ③ $115°$ ④ $120°$ ⑤ $125°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle CAI = 25°$이면 $\angle BAI = 25°$이다.
$\angle A = \angle BAC = 50°$
$\therefore\ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

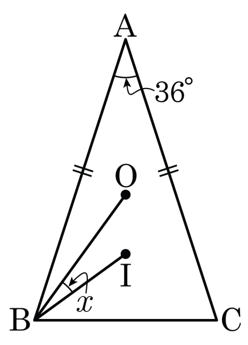


① 20cm　② 21cm　③ 22cm　④ 23cm　⑤ 24cm

해설

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=12+10=22(\text{ cm})$

9. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

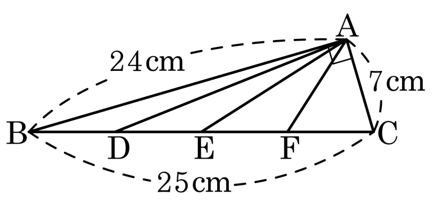
$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36°$, $\angle BOC = 72°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

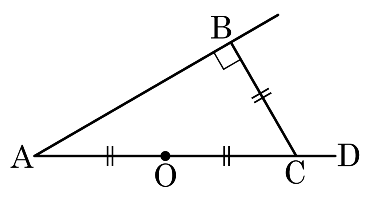
▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\mathrm{cm})$

11. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



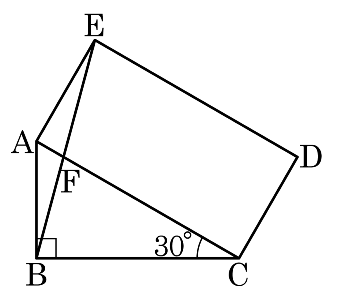
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$
$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형
$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

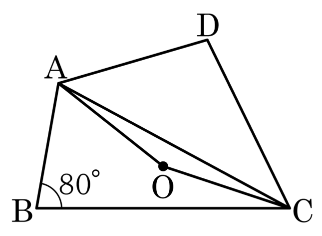
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

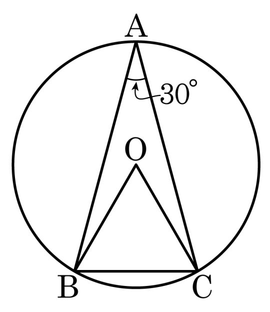
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

14. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

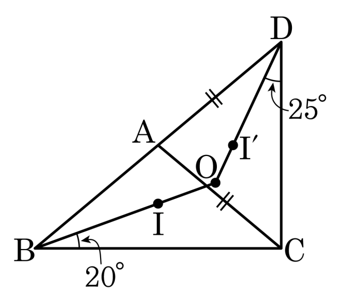


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi\times3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

15. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



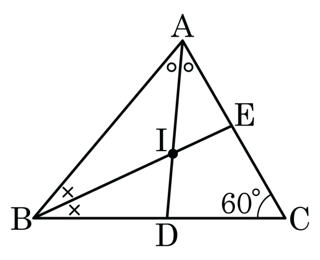
▶ 답: °

▷ 정답: 40°

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$
즉, $\angle ABC = 40°$
점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$
즉, $\angle CDA = 50°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$
$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해
$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$
$\therefore \angle ACB = 180° - (\angle ABC + \angle CAB)$
$= 180° - (40° + 100°)$
$= 40°$

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60^\circ$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)

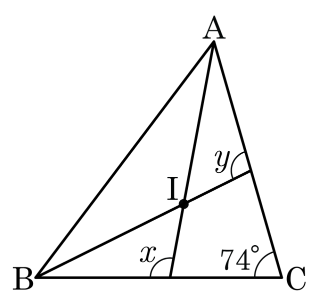


① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 180°이므로
$2\circ + 2\times + 60^\circ = 180^\circ$
$\circ + \times = 60^\circ$
삼각형의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180^\circ \cdots$①
$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180^\circ \cdots$②
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$
$\therefore\ 3 \times 60^\circ + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180^\circ$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



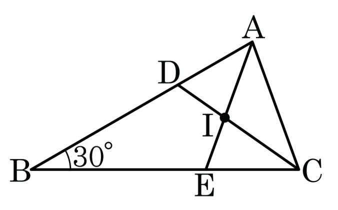
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 201°

해설

$\triangle ABC$에서 $\angle IAB = \angle IAC = a$,
$\angle ABI = \angle CBI = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 74° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 53°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 74°) + (\angle b + 74°) = \angle a + \angle b + 148° = 201°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \dfrac{1}{2}\angle ABC = 105°$

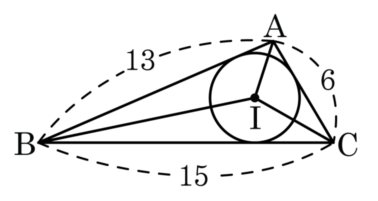
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 13$, $\overline{\mathrm{BC}} = 15$, $\overline{\mathrm{CA}} = 6$ 이다. $\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

($\triangle$AIB 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

($\triangle$BIC 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

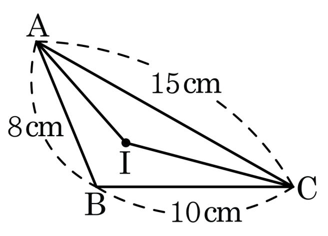
($\triangle$CIA 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA $= \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1　　② 30 : 17　　③ 32 : 15

④ 33 : 15　　⑤ 36 : 17

해설

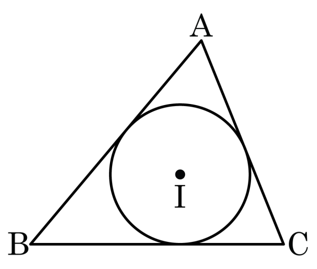
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle$ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times (8+10+15) = \frac{33}{2} r \ (cm^2)$

($\triangle$AIC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \ (cm^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

21. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 16π $\underline{\text{cm}^2}$

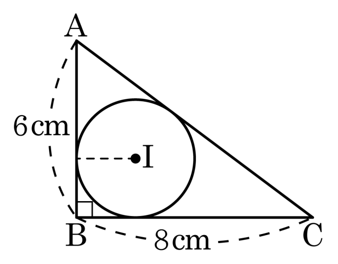
해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$

반지름의 길이는 4cm 이다.

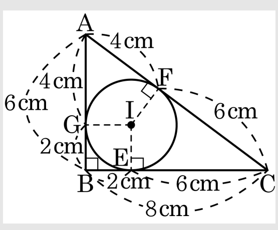
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



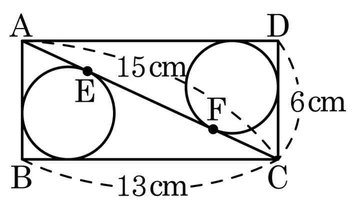
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,cm$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,cm$ 이다. $\overline{AD} = 4\,cm, \overline{EC} = 6\,cm$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,cm)$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?

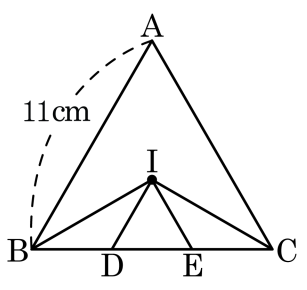


① 7cm　② 8cm　③ 9cm　④ 10cm　⑤ 11cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
$(15 - x) + (6 - x) = 13 \ \therefore x = 4(cm)$
$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(cm)$ 이므로
$\therefore \overline{EF} = 15 - (4 + 4) = 7(cm)$

24. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?

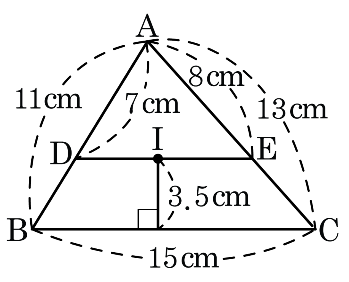


① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?

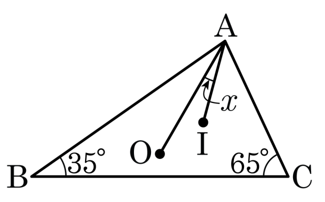


① $38cm^2$　② $40cm^2$　③ $42cm^2$　④ $44cm^2$　⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB}+\overline{AC}$
따라서 ($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24$(cm) 이다.
$\overline{AD}+\overline{AE} = 7+8 = 15$(cm) 이므로 $\overline{DE} = 24-15 = 9$(cm) 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
$(9+15)\times 3.5\times\frac{1}{2} = 84\times\frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

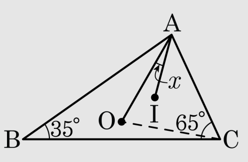
26. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

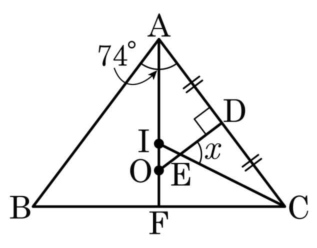


i) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ii) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

27. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74°$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

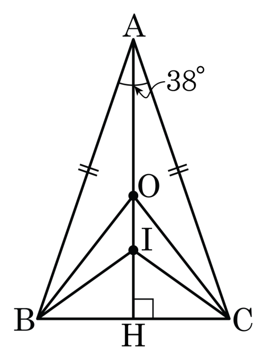
해설

$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180° - 74°) = 53°$

$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53° = 26.5°$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90° - \angle ACI = 90° - 26.5° = 63.5°$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$ 일 때,$\angle OBI$ 의 크기는?



① 13° ② $\dfrac{29}{2}^\circ$ ③ $\dfrac{33}{2}^\circ$ ④ 16° ⑤ 17°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$

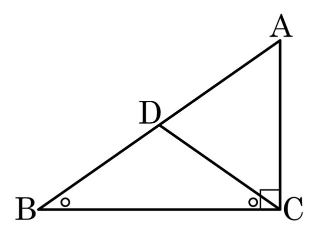
$\therefore \angle OBC = 52^\circ$

$\angle BIC = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle BAC = 109^\circ$,

$\angle IBH = \dfrac{1}{2} \times \angle ABC = \dfrac{71}{2}^\circ$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52^\circ - \dfrac{71}{2}^\circ = \dfrac{33}{2}^\circ$

29. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



> $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{}$이다.
> 따라서 $\overline{BD} = \boxed{}$ 이다.
> 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로
> $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
> $\angle ACD + \boxed{} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
> $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
> 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{}$ 이다.
> 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
> $\therefore \overline{BD} = \boxed{} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

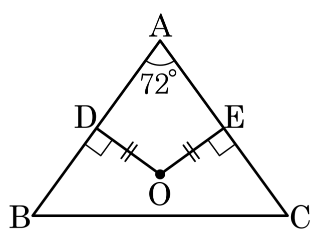
④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

30. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 72°, \overline{OD} = \overline{OE}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



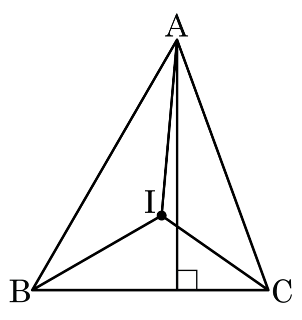
▶ 답 : _°

▷ 정답 : 54_°

해설

$\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO \equiv \triangle AEO$(RHS 합동)
$\angle DAO = \angle EAO = 36°$
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\angle ABO = \angle ACO = 36°$
$\angle OBC = (180° - 72° \times 2) \div 2 = 18°$
$\therefore \angle B = 36° + 18° = 54°$

31. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내심이고 $\angle \mathrm{ABC} = 60°$, $\angle \mathrm{BCA} = 70°$, $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$이다. $\angle \mathrm{IAH} : \angle \mathrm{BIC}$를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$로 나타냈을 때, $x + y$의 값을 구하여라.



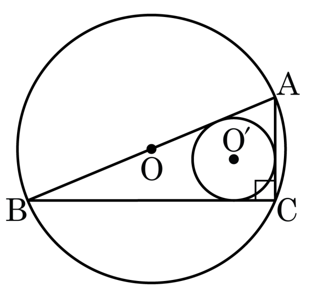
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\angle \mathrm{A} = 180° - (60° + 70°) = 50°$이므로 $\angle \mathrm{IAB} = 25°$이다.
$\angle \mathrm{BAH} = 90° - 60° = 30°$이므로 $\angle \mathrm{IAH} = 5°$이다.
$\angle \mathrm{BIC} = 180° - (30° + 35°) = 115°$이므로 $x : y = 1 : 23$

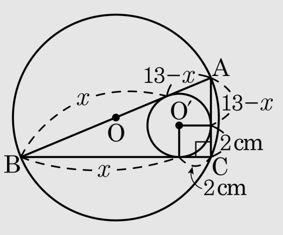
32. 다음 그림에서 원 O, O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 원O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 6.5cm, 2cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 30 cm^2

해설

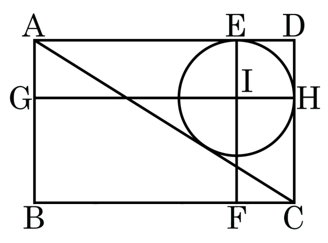


(△ABC 의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times (x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times (13-x+2) \times 2 + \frac{1}{2} \times 13 \times 2$

$= x + 2 + 15 - x + 13 = 30\ (cm^2)$

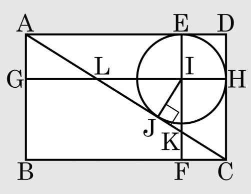
33. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=8$ 이다. $\triangle ACD$ 의 내심 I 를 지나고 변 AB, BC 에 평행한 직선을 그어 $\square ABCD$ 의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, $\square GBFI$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

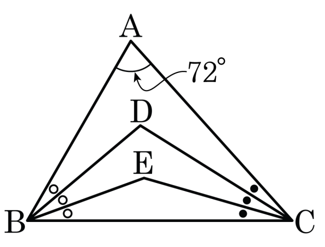
▷ 정답 : 20

해설



점 I 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선을 발을 J 라 하고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$ 와의 교점을 K, L 이라고 한다.
$\triangle CFK$ 와 $\triangle IJK$ 에서
$\angle CFK = \angle IJK = 90°$
$\angle CKF = \angle IKJ$ (맞꼭지각)
$\overline{CF} = \overline{HI} = \overline{IJ}$
$\triangle CFK \equiv \triangle IJK$ (ASA 합동)
같은 방법으로 $\triangle AGL \equiv \triangle IJL$
$\therefore\ \square GBFI = \triangle ABC = \dfrac{1}{2}\square ABCD = \dfrac{1}{2}\times 5\times 8 = 20$

34. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle B$, $\angle C$의 삼등분점의 교점을 각각 D, E라 할 때, $\angle BDC$와 $\angle BEC$의 차를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 36°

해설

$\angle B + \angle C = 180° - 72° = 108°$

$\angle EBC + \angle ECB = \frac{1}{3} \times 108° = 36°$

$\angle BEC = 180° - 36° = 144°$

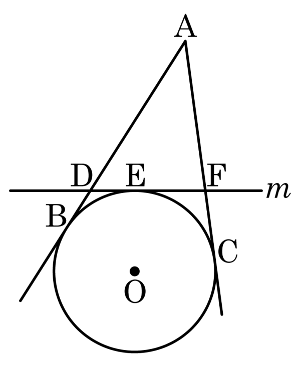
점 E 는 $\triangle DBC$ 의 내심이므로

$\angle BEC = 90° + \frac{1}{2}\angle BDC$

$144° = 90° + \frac{1}{2}\angle BDC$, $\angle BDC = 108°$

$\angle BEC - \angle BDC = 144° - 108° = 36°$

35. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O 에 그은 두 접선이 원 O 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하고, 직선 m 이 두 접선 및 원과 만나는 점을 각각 D, E, F 라고 하였다. 원 O 의 중심은 삼각형 ADF 의 방심일 때, $\overline{\mathrm{AC}} = 15$, $\overline{\mathrm{AD}} = 12$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하여라.



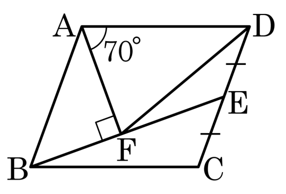
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 외부의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 동일하므로
$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AB}} = 15$
원 O 의 중심은 삼각형 ADF 의 방심이므로, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{DE}} = 15 - \overline{\mathrm{AD}} = 15 - 12 = 3$ 이다.

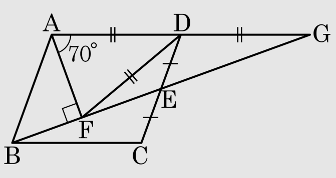
36. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle\mathrm{DAF} = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{DFE} = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

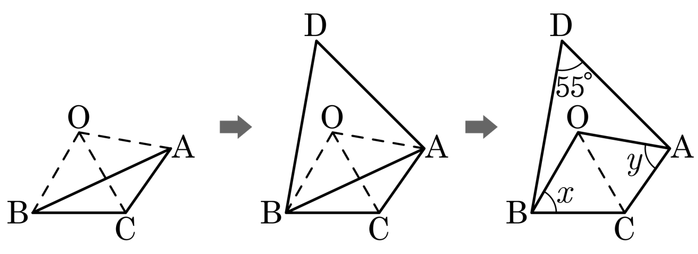
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle\mathrm{BCE} \equiv \triangle\mathrm{GDE}$(ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$,
$\triangle\mathrm{AFG}$ 는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{DF}}$
$\therefore \angle\mathrm{DFE} = 90^\circ - \angle\mathrm{DFA} = 90^\circ - \angle\mathrm{DAF} = 20^\circ$

37. 점 O 를 외심으로 하는 $\triangle$ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 $\triangle ABD$ 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



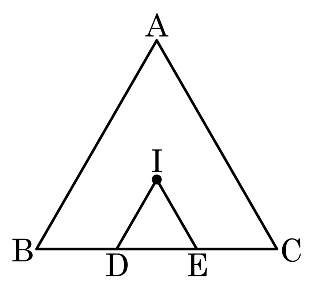
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : $125°$

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
$\square AOBC$ 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

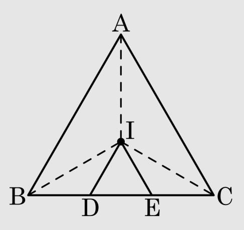
38. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle \mathrm{DIE}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^{\circ}$

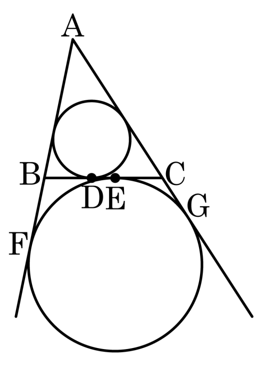
▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{ICE} = \angle \mathrm{ACI} = \angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = 30^{\circ}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{DI}}$, $\overline{\mathrm{AC}} // \overline{\mathrm{EI}}$
$\angle \mathrm{DIB} = \angle \mathrm{ABI} = 30^{\circ}$ (엇각)
$\angle \mathrm{EIC} = \angle \mathrm{ACI} = 30^{\circ}$ (엇각)
또, $\angle \mathrm{BIC} = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = 120^{\circ}$ 이므로
$\angle \mathrm{DIE} = 120^{\circ} - (30^{\circ} + 30^{\circ}) = 60^{\circ}$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CA}=7$ 인 삼각형 ABC 의 내접원이 변 BC 와 접하는 점을 D , 방접원이 변 BC 와 접하는 점을 E 라 할 때, $\overline{BD}+\overline{EC}$ 의 값을 구하여라.

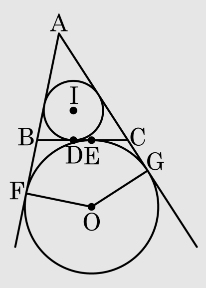


▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

다음 그림과 같이 방접원의 중심 O 에서 선분 AB 와 선분 AC 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 F, G 라고 하자.



$\overline{BF}=\overline{BE}$, $\overline{CG}=\overline{CE}$ 이므로

$\overline{AG}+\overline{AF}=$ (△ABC의 둘레의 길이)

$=6+5+7=18$

이때, $\overline{AG}=\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AG}=\overline{AF}=9$

내심의 성질로부터

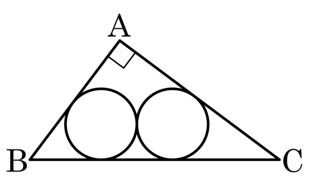
$\overline{BD}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}-\overline{AC})=\frac{1}{2}(6+5-7)=2$

$\overline{BF}=\overline{BE}=\overline{AF}-\overline{AB}=9-6=3$

$\therefore \overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=3-2=1$

따라서 $\overline{BD}+\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{DE}=5-1=4$ 이다.

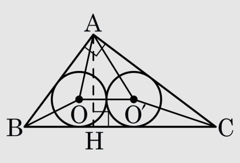
40. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$, $\overline{BC} = 10$ 인 직각삼각형 ABC 에 반지름의 길이가 같은 두 원이 내접해 있다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{7}$

해설



두 원을 O, O′ 라 하고 반지름의 길이를 r 이라 하고, 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AH}$

$\therefore \ \overline{AH} = \frac{24}{5} = 4.8$

$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle ACO' + \square OBCO' + \triangle AOO'$

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6r + \frac{1}{2} \times 8r + \frac{1}{2}(10 + 2r) \times r$
$+ \frac{1}{2} \times 2r \times (4.8 - r)$

$48 = 6r + 8r + 10r + 2r^2 + 9.6r - 2r^2$

$48 = 33.6r$

$\therefore \ r = \frac{10}{7}$