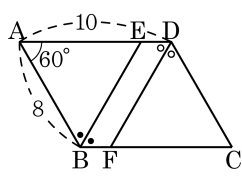


1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\square BEDF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



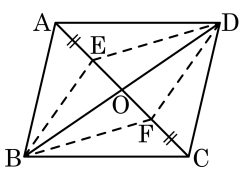
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA (\because \text{엇각})$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 60° 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
 $\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
 $\square BEDF$ 는 평행사변형이다.
 $\therefore \square BEDF$ 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 $AE = CF$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, $\square BEDF$ 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)

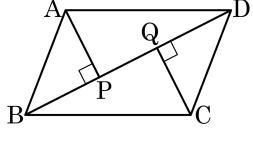


- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

3. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

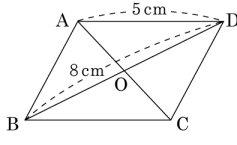


- ① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ ② $\overline{AP} = \overline{PC}$
 ③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$ ④ $\overline{AP} \parallel \overline{QC}$
 ⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90^\circ$
 $\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
 $\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \dots\dots ①$
 또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \parallel \overline{CQ} \dots\dots ②$
 ①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 $\square APCQ$ 는 평행사변형이다.
 따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 조건을 보기에서 모두 골라라. (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)



보기

- | | |
|--|---|
| ☐ $\overline{CD} = 5\text{cm}$ | ☐ $\overline{OB} = 4\text{cm}$ |
| ☐ $\angle C = 90^\circ$ | ☐ $\overline{AC} = 8\text{cm}$ |
| ☐ $\angle A + \angle B = 180^\circ$ | ☐ $\angle AOD = 90^\circ$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

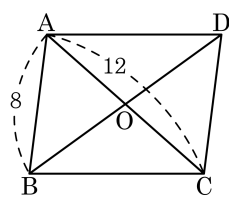
▷ 정답 : ☐

▷ 정답 : ☐

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
 두 대각선의 길이가 서로 같다. $\rightarrow \overline{AC} = 8\text{cm}$
 한 내각이 직각이다. $\rightarrow \angle C = 90^\circ$

5. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 인 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\overline{CD} = 8$ ② $\angle A + \angle D = 180^\circ$
 ③ $\overline{BD} = 12$ ④ $\angle A = 90^\circ$
 ⑤ $\angle AOD = 90^\circ$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

6. 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 않는 것은?
- ① $\angle A = \angle B$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A = 90^\circ$

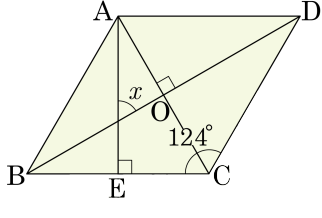
④ $\overline{AB} \perp \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$

해설

평행사변형 ABCD 에 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 추가할 때, 마름모가 된다.

7. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $AE \perp BC$ 이고 $\angle C = 124^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 62°

해설

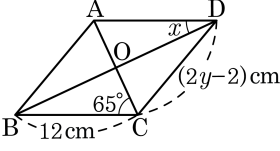
$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O라고 할 때, 삼각형 BOC과 DOC는 합동이다.

그러므로 $\angle BCD$ 는 이등분된다. $\angle BCA = 62^\circ$

삼각형 AEC의 내각의 합에 의해서 $\angle EAC = 28^\circ$ 가 된다.

그러므로 $\angle x = 62^\circ$ 가 된다.

8. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때,
 $x - y$ 의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



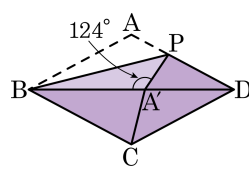
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90^\circ$ 가 된다.
 $\angle BCO = \angle DAO = 65^\circ$ 이므로 $\angle x = 25^\circ$ 가 된다.
마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.
따라서 $12 = 2y - 2$, $y = 7$ 이다.
 $\therefore x - y = 25 - 7 = 18$

9. 다음 그림은 마름모 ABCD의 꼭짓점 A가 대각선 BD 위에 있도록 오도록 접은 것이다. $\angle BA'P = 124^\circ$ 일 때, $\angle A'CD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 48°

해설

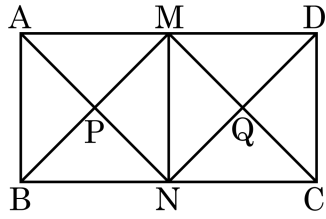
$$\angle CBA' = (180^\circ - 124^\circ) \div 2 = 28^\circ$$

$$\overline{BA'} = \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\angle BCA' = (180^\circ - 28^\circ) \div 2 = 76^\circ$$

$$\therefore \angle A'CD = 124^\circ - 76^\circ = 48^\circ$$

10. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고 점 M, N 은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. 이 때, $\square MPNQ$ 는 어떤 사각형인지 말하여라.



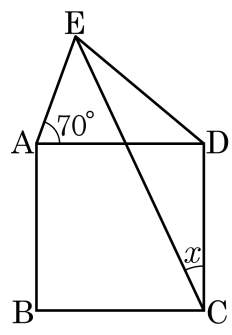
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

$\square ABNM$ 과 $\square MNCD$ 는 정사각형이다. $\square MPNQ$ 는 정사각형의 대각선의 절반을 한 변으로 함으로, $\square MPNQ$ 는 네 변의 길이가 같고, 내각이 90° 이다. 따라서 $\square MPNQ$ 는 정사각형이다.

11. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고, $\angle EAD = 70^\circ$, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

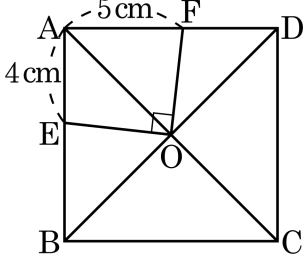


- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

□ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\triangle DAE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle EDA = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$ 이다.
 $\triangle CDE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = (180^\circ - 40^\circ - 90^\circ) \div 2 = 25^\circ$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이다. 두 변 AB, AD 위에 $AE = 4\text{cm}$, $AF = 5\text{cm}$ 가 되도록 두 점 E, F를 각각 잡았더니, $\angle EOF = 90^\circ$ 가 되었다. 이 때 □ABCD의 넓이를 구하여라.



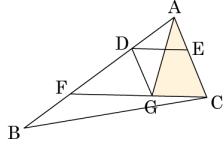
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 81cm^2

해설

$\triangle AEO \equiv \triangle OFD$ (ASA 합동)이므로, □ABCD는 한 변이 9cm 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $81(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림의 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AC} = 8$ 이다. $\overline{AD} = \overline{CE} = 4$ 이고, 점 C 에서 $\overline{DE}$ 에 평행한 선을 그어 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 F 라 하였다. $\overline{DE} = \overline{GC}$ 가 되도록 점 G 를 그렸을 때, $\triangle AGC : \triangle ABC$ 의 비를 가장 간단한 자연수로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1 : 4

해설

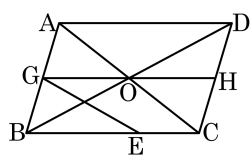
$\overline{DE} \parallel \overline{GC}$, $\overline{DE} = \overline{GC}$ 이므로 사각형 DECG 는 평행사변형이다.

$\therefore \triangle AGC = \triangle ADC$

$\triangle ADC$ 는 $\overline{AB}$ 를 밑변으로 하는 $\triangle ABC$ 와 높이는 같고 밑변의 비가 4 : 16 이다.

따라서 $\triangle AGC : \triangle ABC = 4 : 16 = 1 : 4$ 이다.

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이고, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이 각각 G,H 이다. $\triangle GBE$ 의 넓이가 $2a$ 이고, $\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 a 에 관해서 나타낸 것은?



- ① $6a$ ② $9a$ ③ $12a$ ④ $16a$ ⑤ $24a$

해설

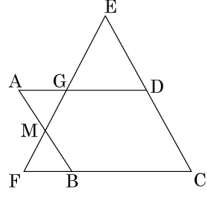
$\triangle GBE$ 는 $\triangle OBE$ 와 밑변과 높이의 길이가 같으므로 넓이가 서로 같다.

또한 $\triangle OBE$ 와 $\triangle OEC$ 의 높이가 같고 밑변의 길이가 $2 : 1$ 이므로 넓이의 비도 $2 : 1$ 이다.

따라서 $\triangle OEC$ 의 넓이는 a 이고, $\triangle OBC$ 의 넓이는 $3a$ 이다.

$\therefore$ 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $4 \times \triangle OBC = 4 \times 3a = 12a$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 변 CD 의 연장선 위에 $\overline{CD} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡았다. $\overline{EM}$ 의 연장선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 G, $\overline{CB}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 할 때, 사다리꼴 MBCE 와 GFCD 의 넓이의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5 : 4

해설

$$\begin{aligned}\square MBCE &= \triangle MDE + \square MBCD \\ &= \frac{1}{2}\square ABCD + \frac{3}{4}\square ABCD \\ &= \frac{5}{4}\square ABCD\end{aligned}$$

$\overline{AG} \parallel \overline{FB}$ 이므로

$\triangle AMG \equiv \triangle BMF$ (ASA 합동)

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $\square GFCD$ 의 넓이와 같다.

$$\therefore \square MBCE : \square GFCD = \frac{5}{4} : 1 = 5 : 4$$