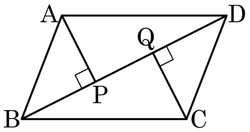
1. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

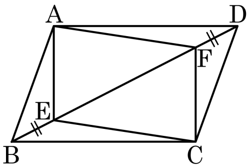


① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$
② $\overline{AP} = \overline{PC}$
③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$
④ $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$
⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①
또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} /\!/ \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②
①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.
따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?

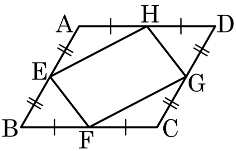


① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CDF$, $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$
$\rightarrow \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$
따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라.



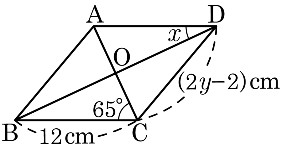
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
SAS 합동 조건에 따라 $\triangle AEH \equiv \triangle FCG$, $\triangle EBF \equiv \triangle HGD$ 이므로
$\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.
두 쌍의 대응변의 길이가 같으므로 사각형 HEFG 는 평행사변형이다.

4. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.

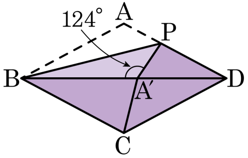
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.

마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.

따라서 $12 = 2y - 2$, $y = 7$이다.

$\therefore\ x - y = 25 - 7 = 18$

5. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 가 대각선 BD 위에 오도록 접은 것이다. $\angle BA'P = 124°$ 일 때, $\angle A'CD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 48°

해설

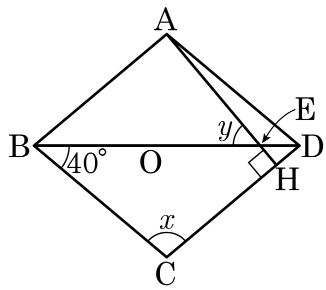
$\angle CBA' = (180° - 124°) \div 2 = 28°$

$\overline{BA'} = \overline{BC}$ 이므로

$\angle BCA' = (180° - 28°) \div 2 = 76°$

$\therefore\ \angle A'CD = 124° - 76° = 48°$

6. 다음 그림에서 □ABCD 가 마름모일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?

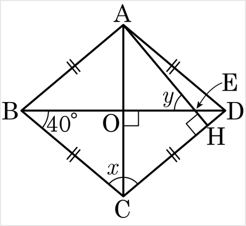


① $x = 90^\circ,\ y = 45^\circ$ ② $x = 95^\circ,\ y = 45^\circ$

③ $x = 90^\circ,\ y = 40^\circ$ ④ $x = 100^\circ,\ y = 50^\circ$

⑤ $x = 100^\circ,\ y = 40^\circ$

해설



(1)$\angle CBO = 40^\circ$ 이고, $\angle BOC = 90^\circ$ 이므로,

$\angle BCO = 50^\circ$, $\angle x = 2\angle BCO$ 이므로

$\therefore \angle x = 100^\circ$

(2) $\triangle DEH$ 에서 $\angle EDH = 40^\circ,\ \angle DHE = 90^\circ$

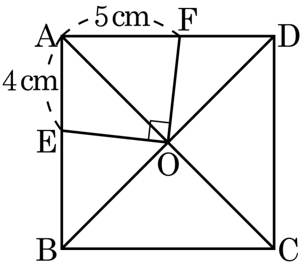
이므로, $\angle DEH = 50^\circ$

$\angle y = \angle DEH$ (맞꼭지각) 이므로

$\therefore \angle y = 50^\circ$

$\therefore \angle x = 100^\circ,\ \angle y = 50^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O는 정사각형 ABCD 의 두 대각선의 교점이다. 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ 위에 $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 가 되도록 두 점 E , F 를 각각 잡았더니, $\angle EOF = 90°$ 가 되었다. 이 때 □ABCD 의 넓이를 구하여라.



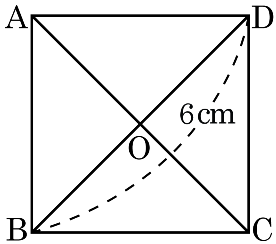
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $81\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

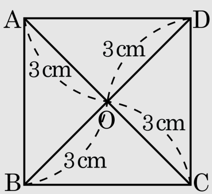
$\triangle AEO \equiv \triangle OFD$ (ASA 합동)이므로, □ABCD 는 한 변이 9cm 인 정사각형이다.
따라서 넓이는 $81(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 6cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이는?



① 9cm^2　② 12cm^2　③ 18cm^2　④ 24cm^2　⑤ 36cm^2

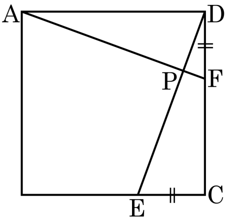
해설



$\overline{\text{AC}} = \overline{\text{BD}} = 6\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{\text{AO}} = \overline{\text{BO}} = \overline{\text{CO}} = \overline{\text{DO}} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{\text{AC}} \perp \overline{\text{BD}}$ 이다.

$\therefore \square\text{ABCD} = \triangle\text{ABO} + \triangle\text{BCO} + \triangle\text{CDO} + \triangle\text{DAO} = (\frac{1}{2} \times 3 \times 3) \times 4 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{EC} = \overline{FD}$ 이다. 이때, $\angle DPA$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

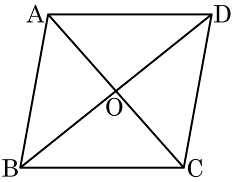
▷ 정답 : $\angle DPA = 90\,\underline{\circ}$

해설

$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ 이므로 $\angle CDE + \angle AFD = 90^\circ$

따라서 $\angle DPA = 90^\circ$

10. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 모두 고르면?



보기

ㄱ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

ㄴ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

ㄷ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

ㄹ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

ㅁ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

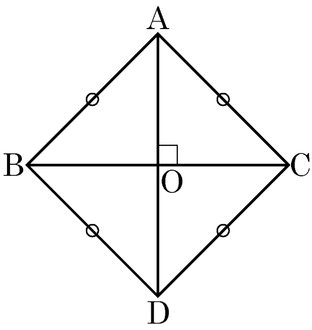
① ㄱ, ㄹ ② ㄷ, ㄹ ③ ㄴ, ㅁ

④ ㄱ, ㄴ, ㅁ ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅁ

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$이면 된다.

11. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB}//\overline{CD}$

㉡ $\overline{AD}=\overline{BC}$

㉢ $\angle B+\angle D=180°$

㉣ $\overline{BC}=\overline{CD}$

㉤ $\angle ABO=\angle CBD$

㉥ $\angle A=90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

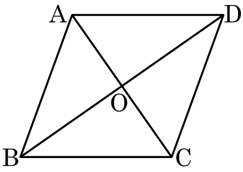
해설

마름모가 정사각형이 될 조건

두 대각선의 길이가 같다. → ㉡ $\overline{AC}=\overline{BD}$

한 내각이 90° 이다. → ㉥ $\angle A=90°$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



① 사다리꼴
② 직사각형
③ 정사각형
④ 마름모
⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

△OAB 는 이등변삼각형이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

→ □ABCD 는 직사각형

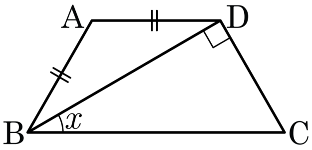
$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

→□ABCD 는 마름모

∴ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

13. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle BDC=90^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{30^\circ}$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로, $\angle ADB=\angle x$ ($\because$ 엇각)

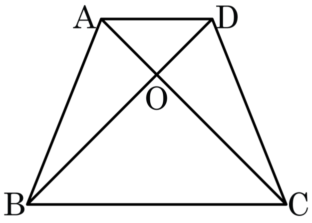
$\angle ADB=\angle ABD$ ($\because$ $\triangle ABD$가 이등변삼각형)

$\therefore\ \angle B=\angle C=2x$

$\triangle BCD$에서 $3x=90^\circ$

$\therefore\ x=30^\circ$

14. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOD = 9\,\text{cm}^2$이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 3 : 7$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $100\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

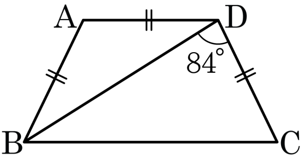
$\triangle DOC = \frac{7}{3} \times 9 = 21\,(\text{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$이므로

$\triangle OBC = \frac{7}{3} \times 21 = 49\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 9 + 21 \times 2 + 49 = 100\,(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84°$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답: ________ °

▷ 정답: 64°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96°$이므로, $\angle C = 64°$