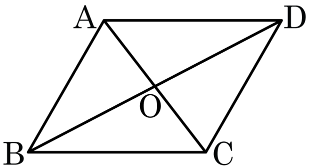
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

[증명] △OAD와 △OCB에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC}$ ⋯㉠

$\overline{AD} // \boxed{\text{ㄷ}}$이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

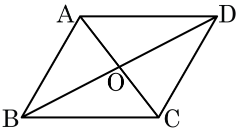
① ㄱ : $\overline{BO}$ ② ㄴ : $\overline{CD}$ ③ ㄷ : $\overline{BC}$

④ ㄹ : 엇각 ⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하려고 할 때, 다음 중 필요한 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$

④ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$

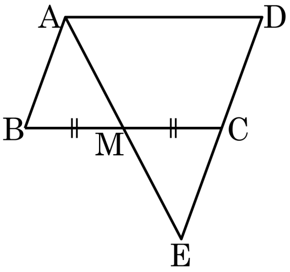
⑤ $\triangle OCD \equiv \triangle ODA$

해설

$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ 일 때,

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\overline{AB}//\overline{DE}$ 이므로

$\angle BAM = \angle MEC, \angle ABM = \angle MCE$

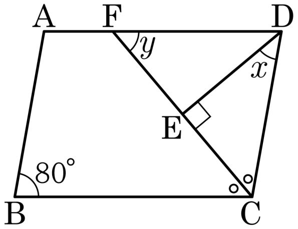
$\overline{BM} = \overline{CM}$

$\triangle ABM \equiv \triangle ECM$(ASA합동)

$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{CE} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 16\text{cm}$

4. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CF}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이고, $\overline{DE} \perp \overline{CF}$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



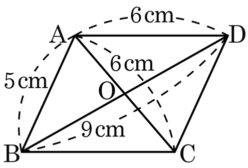
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 90 °

해설

$\angle B + \angle C = 180°$ 이므로 $\angle C = 100°$ 이고 $\angle ECD = 50°$ 이다.
$\angle x = 180° - (90° + 50°) = 40°$ 이고, $\angle y = 180° - (50° + 80°) = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 40° + 50° = 90°$ 이다.

5. 다음 중 평행사변형 ABCD 의 $\triangle$OBC 와 $\triangle$OCD 의 둘레를 차례로 나열한 것은?



① $11\,\text{cm},\ 12\,\text{cm}$

② $12.5\,\text{cm},\ 12.5\,\text{cm}$

③ $12\,\text{cm},\ 13\,\text{cm}$

④ $13.5\,\text{cm},\ 12.5\,\text{cm}$

⑤ $13\,\text{cm},\ 13\,\text{cm}$

해설

평행사변형이므로 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

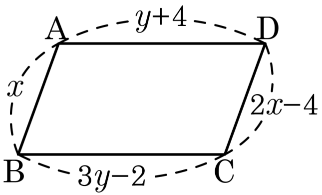
$\triangle$OBC 의 둘레는

$\overline{OB}+\overline{OC}+\overline{BC}=4.5+3+6=13.5(\,\text{cm})$

$\triangle$OCD 의 둘레는

$\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}=3+4.5+5=12.5(\,\text{cm})$

6. 다음 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 3$

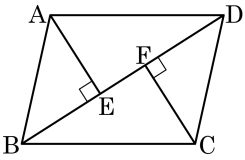
해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이므로

$x = 2x - 4,\ y + 4 = 3y - 2$

$\therefore\ x = 4,\ y = 3$

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$　　② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

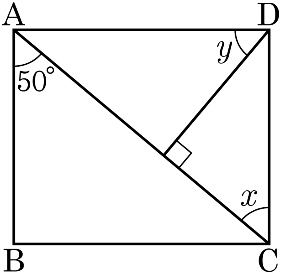
③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$　　④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

8. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.(단, □ABCD 는 직사각형)



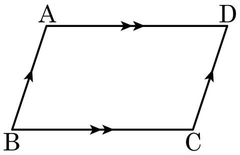
① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

$\angle x = 50^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$ 따라서 $\angle x + \angle y = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 $\overline{AD} \, /\!/ \, \overline{BC}$, $\overline{AB} \, /\!/ \, \overline{CD}$ 를 만족할 때, 직사각형이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\angle A = \angle C$ 이다.

② $\angle A = \angle D$ 이다.

③ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} \perp \overline{DO}$ 이다.

④ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} \, /\!/ \, \overline{CD}$ 이다.

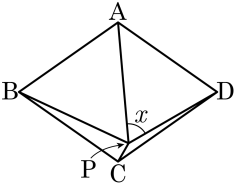
해설

한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

② $\angle A = \angle D = 90^\circ$

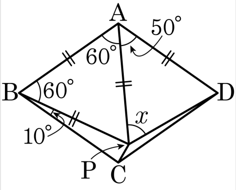
④ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90^\circ$

10. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle APD = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 65　② 60　③ 55　④ 50　⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle APD = 65°$ 이다.

11. 다음 중 바르게 설명된 것을 모두 고르면?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

② 두 대각선이 직교하는 직사각형은 정사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 정사각형이다.

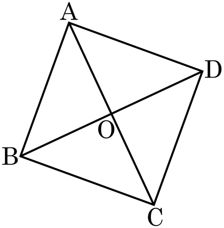
④ 대각선이 한 내각을 이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

해설

③은 직사각형, ⑤는 마름모

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 평행사변형

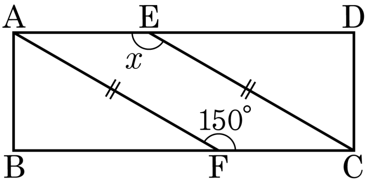
③ 마름모 ④ 정사각형

⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 90° 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
∴ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150°$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____________ °

▷ 정답 : 150°

해설

□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150°$이다.

14. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

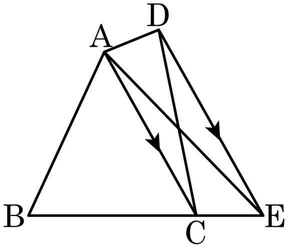
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 25$, $\triangle ACE = 10$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

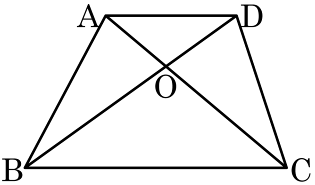
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD$ 와 $\triangle ACE$ 는 밑변 $\overline{AC}$ 가 같고 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$\therefore\ \square ABCD = 25 + 10 = 35$

16. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO}$: $\overline{OC}$ = 1 : 2 이고 $\triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① 32cm^2
② 48cm^2
③ 54cm^2
④ 63cm^2
⑤ 72cm^2

해설

$1 : 2 = \triangle AOD : 12\text{cm}^2$, $\triangle AOD = 6\text{cm}^2$

$\triangle DOC = \triangle AOB = 12\text{cm}^2$, $1 : 2 = 12\text{cm}^2 : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 24\text{cm}^2$

$\square ABCD = 6 + 12 + 12 + 24 = 54(\text{cm}^2)$

17. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

① $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$

② $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$, $\angle A = \angle B = 90°$

③ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건

다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.

(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)

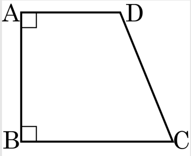
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

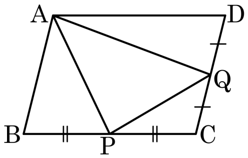
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

②



18. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 84cm^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



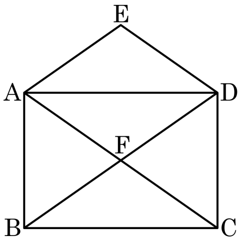
① $29.5cm^2$ ② $30cm^2$ ③ $30.5cm^2$

④ $31cm^2$ ⑤ $31.5cm^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle APQ &= \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ \\ &= 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{4} \times 84 - \frac{1}{8} \times 84 \\ &= 84 - 21 - 21 - 10.5 \\ &= 31.5\ (cm^2)\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (14-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

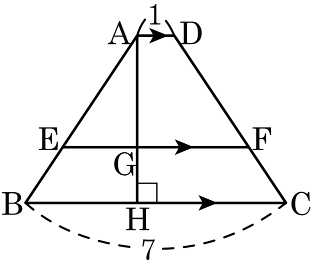


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x+y = 5$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}\,/\!/\,\overline{EF}$, $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 이다.
$\overline{AG} : \overline{GH} = 2 : 1$이고, 사다리꼴 AEFD와 EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EG}$의 길이를 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AG} = 2a,\ \overline{GH} = a, \overline{EF} = b$라 하면

$\square AEFD = \square EBCF$이므로

$$\frac{(7+b)\times a}{2} = \frac{(b+1)\times 2a}{2}$$

$\therefore\ b = 5$

$$\therefore\ \overline{EG} = \frac{\overline{EF} - \overline{AD}}{2} = \frac{5-1}{2} = 2$$