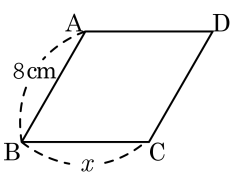
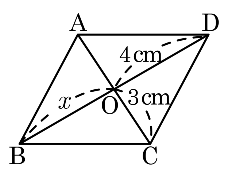
1. 다음 그림에서 □ABCD가 마름모일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 8 cm

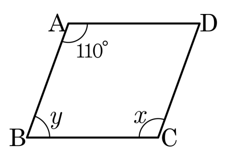
▷ 정답 : (2) 4 cm

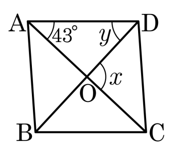
해설

(1) $x = \overline{AB} = 8\,\text{cm}$

(2) $x = \overline{OD} = 4\,\text{cm}$

2. 다음 그림에서 □ABCD가 마름모일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $\angle x = 110°$, $\angle y = 70°$

▷ 정답 : (2) $\angle x = 90°$, $\angle y = 47°$

해설

(1) $\angle A = \angle C$ 이므로 $\angle x = 110°$

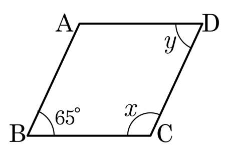
$\therefore\ \angle y = 70°$

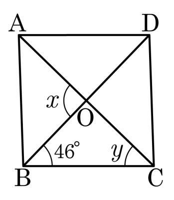
(2) 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직 이등분하므로

$\angle x = 90°$

$\therefore\ \angle y = 90° - 43° = 47°$

3. 다음 그림에서 □ABCD가 마름모일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) $\angle x = 115°$, $\angle y = 65°$

▷ 정답: (2) $\angle x = 90°$, $\angle y = 44°$

해설

(1) $\angle B = \angle D$ 이므로 $\angle y = 65°$

$\therefore \angle x = 115°$

(2) 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직 이등분하므로

$\angle x = 90°$

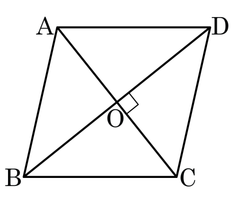
$\therefore \angle y = 90° - 46° = 44°$

4. 다음 중 마름모에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 두 대각선이 직교한다.
② 네 변의 길이가 모두 같다.
③ 대각선의 크기가 서로 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 네 각의 크기가 모두 같다.

해설
네 각의 크기가 모두 같은 사각형은 정사각형과 직사각형이다.

5. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\boxed{}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB} = \boxed{}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OB} = \boxed{}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ ($\boxed{}$ 합동)
$\therefore \angle AOB = \angle AOD$
이 때, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ 이므로
$\angle AOB = \angle AOD = \boxed{}$ 이다. $\therefore$ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$	㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ $45°$	㉦ $180°$	㉧ $90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉧

해설

[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
[결론] $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
$\triangle ABO$ 와 $\triangle ADO$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DA}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ (SSS 합동)
$\therefore \angle AOB = \angle AOD$
이 때, $\angle AOB + \angle AOD = 180°$ 이므로
$\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이다.
$\therefore$ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

6. 다음 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건이면 '○' 표, 아니면 '×' 표 하여라.

(1) 두 대각선이 직교한다. (　　　)
(2) 한 내각이 직각이다. (　　　)
(3) 이웃하는 두 변의 길이가 같다. (　　　)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ×

▷ 정답 : (2) ○

▷ 정답 : (3) ○

해설

(2), (3) 두 대각선이 직교 또는 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 평행사변형이 마름모가 된다.

7. 다음의 성질을 만족하는 사각형을 보기에서 모두 골라 기호로 써라.

보기	
㉠ 마름모	㉡ 직사각형
㉢ 정사각형	㉣ 평행사변형
㉤ 사다리꼴	㉥ 등변사다리꼴

(1) 두 대각선의 길이가 같은 사각형
(2) 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ㉡, ㉢, ㉥

▷ 정답 : (2) ㉠, ㉢

해설
(1) ㉡, ㉢, ㉥
(2) ㉠, ㉢

8. 다음 보기에서 '두 대각선의 길이가 서로 같다.' 는 성질을 갖는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 서로 같은 도형은 등변사다리꼴과 직사각형과 정사각형이다.

9. 다음 사각형 중 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 '○' 표, 그렇지 않은 것은 '×' 표 하여라.

(1) 평행사변형 (　　　)
(2) 마름모 (　　　)
(3) 등변사다리꼴 (　　　)

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) ○

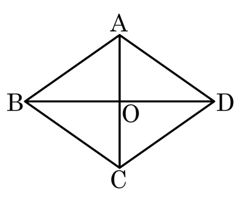
▷ 정답: (2) ○

▷ 정답: (3) ×

해설

(1) ○
(2) ○
(3) ×

10. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이고, 점 O 는 두 대각선의 교점일 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$

② $\overline{OB} = \overline{OD}$

③ $\overline{CO} = \overline{DO}$

④ $\angle AOD = 90°$

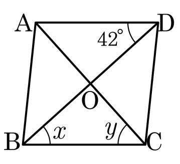
⑤ $\angle AOB = \angle COD$

해설

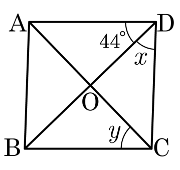
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 두 대각선의 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{CO} \neq \overline{DO}$ 이다.

11. 다음 그림에서 □ABCD가 마름모일 때, $\angle x$, $\angle y$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $\angle x = 42°$, $\angle y = 48°$

▷ 정답 : (2) $\angle x = 44°$, $\angle y = 46°$

해설

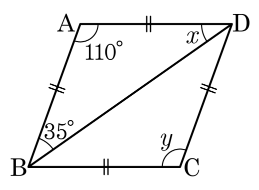
(1) $\angle x = \angle \mathrm{ADB} = 42°$

$\angle y = 180° - (90° + 42°) = 48°$

(2) $\angle x = \angle \mathrm{ADB} = 44°$

$\angle y = 180° - (90° + 44°) = 46°$

12. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 135 ② 140 ③ 145

④ 150 ⑤ 155

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $x = 35°$

$y = \angle BAD$

$\angle BAD = 180° - (35° + 35°) = 110°$

따라서 $y = 110°$ 이고, $\angle x + \angle y = 35° + 110° = 145°$ 이다.

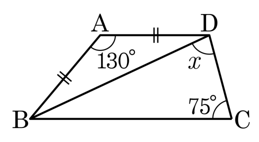
13. 다음 도형의 성질에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 마름모의 두 대각선은 직교한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 수직으로 만난다.
④ 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.
⑤ 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

③ 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 대각선은 수직으로 만나지 않는다.

14. □ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?

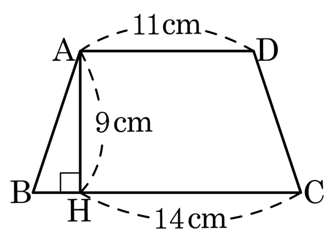


① $65°$ ② $68°$ ③ $70°$
④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle DBA = \angle ADB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$
$x = 180° - (25° + 75°) = 80°$

15. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AH} = 9\text{cm}$, $\overline{AD} = 11\text{cm}$, $\overline{CH} = 14\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



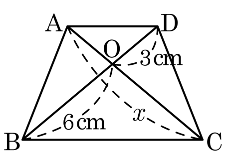
▶ 답: ________ cm^2

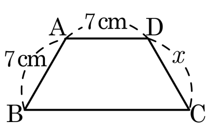
▷ 정답: 126 cm^2

해설

$\overline{BH} = \overline{HC} - \overline{AD} = 14 - 11 = 3(\text{cm})$
$\overline{BC} = 3 + 14 = 17(\text{cm})$
$\therefore$ (넓이) $= (11 + 17) \times 9 \times \frac{1}{2} = 126(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 x의 값을 구하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답 :

▶ 답 :

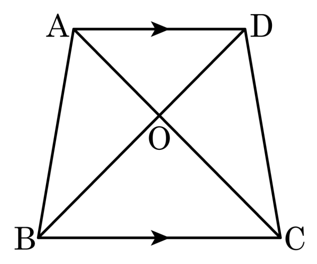
▷ 정답 : (1) 9 cm

▷ 정답 : (2) 7 cm

해설

(1) $x = \overline{\mathrm{BD}} = 6 + 3 = 9(\mathrm{cm})$
(2) $x = \overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$

17. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ ($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

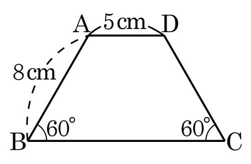
④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle$OBC 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS합동)
$\therefore \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle$ABD와 $\triangle$DCA에서
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이고 밑변 $\overline{AD}$는 공통이므로
($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle B = \angle C = 60°$ 이고, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



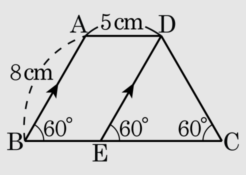
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

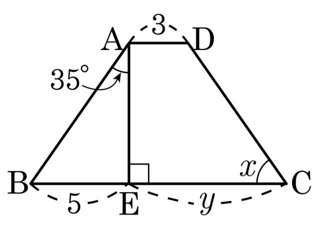
해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 E 라 하면, $\overline{DE} = \overline{AB} = 8\,\text{cm}$, 삼각형 DEC 는 정삼각형이 되므로 $\overline{EC} = 8\,\text{cm}$ 사각형 ABED 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BE} = 5\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 8 = 13\,(\text{cm})$



19. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$, $\angle BAE = 35°$일 때, $\angle DCB = x°$, $\overline{CE} = y$이다. $x + y$의 값을 구하여라.

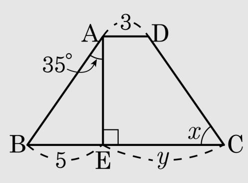


▶ 답 :

▷ 정답 : 63

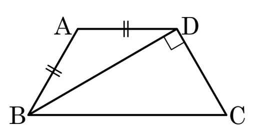
해설

$\angle A + \angle C = 180°$이므로 $\angle A = 35° + 90° = 125°$이고, $\angle x = 180° - 125° = 55°$이다.
점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABE$와 $\triangle DCH$는 RHA 합동이므로 $\overline{BE} = \overline{CH}$ 이다.
$\therefore y = 5 + 3 = 8$
$\therefore\ x + y = 55 + 8 = 63$

20. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.

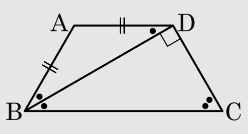


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60°

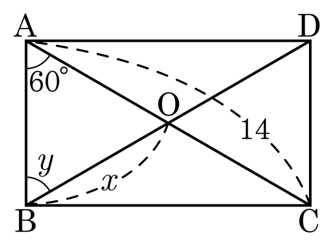
해설

그림에서와 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
$\angle ABD = \angle ADB$ 이고, $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각)
그리고 등변사다리꼴이므로 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle ABC = \angle DCB$



따라서 $3\angle\bullet = 90°$, $\angle\bullet = 30°$ 이므로 $\angle C = 60°$

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $x+y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위생략)



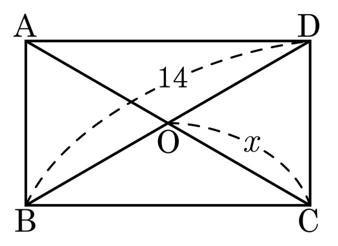
▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로를 이등분하므로 $x = 14 \div 2 = 7$ 이고, $\triangle OAB$ 는 이등변 삼각형이므로 $y = 60$ 이다. 따라서 $x + y = 7 + 60 = 67$ 이다.

22. □ABCD 가 직사각형일 때, x 의 길이를 구하여라.

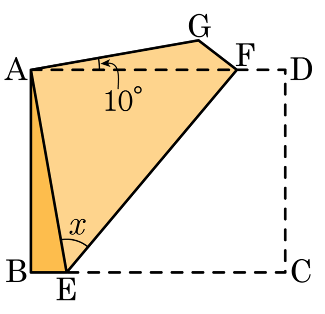


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 이등분하기 때문에 $x = 14 \div 2 = 7$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 A 에 오도록 접었다. $\angle \mathrm{GAF} = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



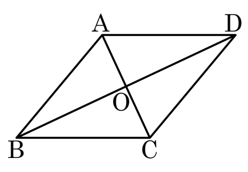
▶ 답 : °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle \mathrm{GAE} = 90°$ 이고 $\angle \mathrm{GAF} = 10°$ 이므로 $\angle \mathrm{FAE} = 80°$ 이다.
$\angle \mathrm{FEC} = \angle \mathrm{AFE} = \angle \mathrm{AEF} = \angle x$ 이므로 $\triangle \mathrm{AEF}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $(180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x = 50°$ 이다.

24. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

㉡ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

㉢ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉣ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

㉤ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

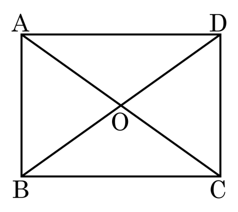
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$ 이면 된다.

25. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

ㄱ $\overline{AB}=\overline{AD}$ ㄴ $\overline{AO}=\overline{DO}$

ㄷ $\angle DAB=\angle DCB$ ㄹ $\angle ABC=90°$

ㅁ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

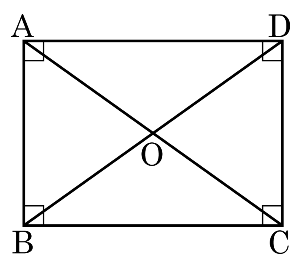
① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄹ, ㅁ

④ ㄱ, ㅁ ⑤ ㄴ, ㄹ

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나, 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

26. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{CD}$	㉡ $\overline{AB} // \overline{CD}$
㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	㉣ $\angle A + \angle B = 180°$
㉤ $\overline{BO} = \overline{DO}$	㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

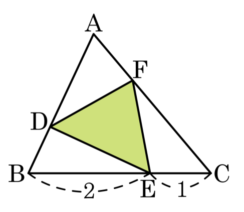
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건
두 대각선이 이루는 각이 90° 이다. → ㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
이웃한 두변의 길이가 같다. → ㉥ $\overline{AB} = \overline{BC}$

27. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\dfrac{8}{9}\,\text{cm}^2$　② $\dfrac{32}{9}\,\text{cm}^2$　③ $\dfrac{46}{9}\,\text{cm}^2$
④ $6\,\text{cm}^2$　⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \dfrac{2}{3}\triangle FAB = \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3}\triangle ABC\right) = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

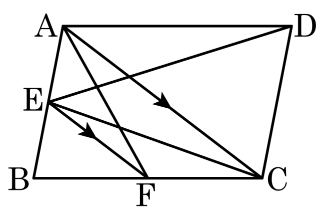
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

28. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} // \overline{EF}$ 이고 $\triangle AED = 100cm^2$ 일 때, $\triangle ACF$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



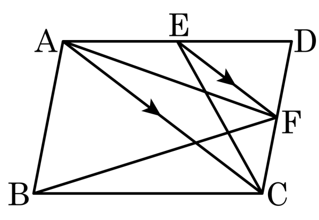
▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AED = \triangle ACE$ 이고,
$\overline{AC} // \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle ACF = \triangle ACE$
$\therefore \triangle ACF = 100(cm^2)$

29. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} // \overline{EF}$, $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이고 $\triangle BCF = 34cm^2$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① $18cm^2$ ② $22cm^2$ ③ $26cm^2$

④ $30cm^2$ ⑤ $34cm^2$

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle BCF = \triangle ACF$ 이다.
$\overline{AC} // \overline{EF}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle ACF = \triangle ACE$ 이다.
$\therefore \ \triangle ACE = 34(cm^2)$