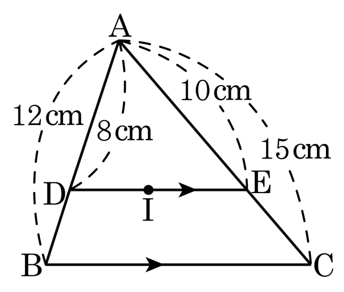
1. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선을 그어 변 AB , AC 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이= (　　)cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

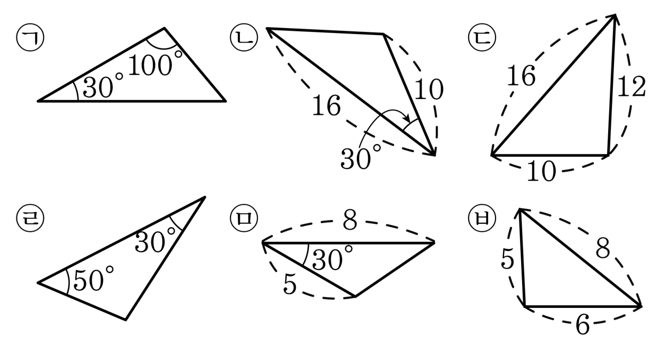
점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI}+\overline{EI} = \overline{DB}+\overline{EC} = (12-8)+(15-10) = 4+5 = 9(\text{cm})$ 이다.
따라서 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)$= 8 + 10 + 9 = 27(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설
직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

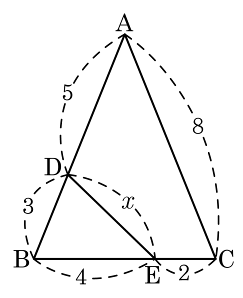
3. 다음 삼각형 중에서 닮은 도형끼리 짝지은 것은 ?



① ㉠과 ㉣　② ㉡과 ㉣　③ ㉢과 ㉤
④ ㉣과 ㉤　⑤ ㉤과 ㉥

해설
① ㉠과 ㉣에서 각의 크기가 각각 $100°, 30°, 50°$ 이므로 대응하는 각의 크기가 각각 같은 AA 닮음이다.

4. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



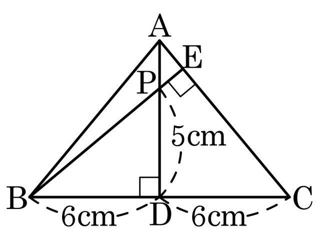
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{BC}}$, $\angle\mathrm{B}$ 는 공통 이므로
$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{EBD}$(SAS닮음)
닮음비가 $2 : 1$ 이므로 $2 : 1 = 8 : x$
$x = 4$

5. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{AC}\perp\overline{BE}$ 이고, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 P 라고 한다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 6\text{cm}$, $\overline{PD} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이는?



① 1cm　② 1.8cm　③ 2cm
④ 2.2cm　⑤ 2.35cm

해설

$\triangle BDP$ 와 $\triangle ADC$ 에서

$\angle PBD = \angle CAD$, $\angle PDB = \angle CDA = 90°$ 이므로

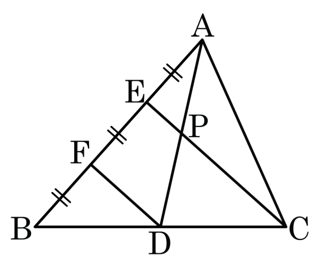
$\triangle BDP \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)

$\overline{BD} : \overline{PD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 이므로 $6 : 5 = \overline{AD} : 6$

$\overline{AD} = \dfrac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{AP} = \dfrac{36}{5} - 5 = \dfrac{11}{5} = 2.2\ (\text{cm})$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 E, F 는 $\overline{AB}$ 의 3 등분점이고, $\overline{AD}$ 는 중선이다. $\overline{EP} = 6cm$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?



① 6cm ② 9cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 18cm

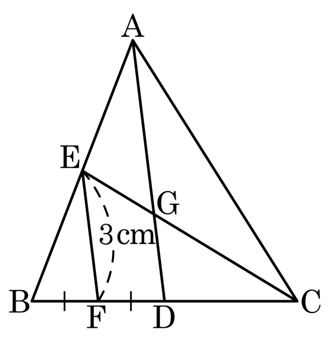
해설

$\overline{FD} = 2\overline{EP} = 12(cm)$

$\overline{CE} = 2\overline{FD} = 24(cm)$

$\therefore x = \overline{CE} - \overline{EP} = 24 - 6 = 18(cm)$ 이다.

7. 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이다. 이 때, $\overline{AD} = 6\mathrm{cm}$일 때, $\overline{GD}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

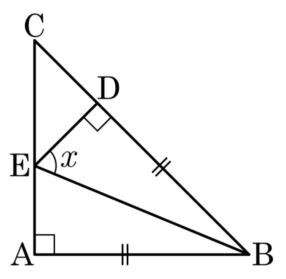
▷ 정답: $2\,\underline{\mathrm{cm}}$

해설

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\therefore \overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 6 = 2\,(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

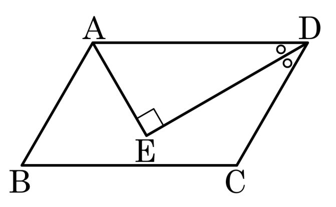


① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle B = 45°$
$\triangle BED \equiv \triangle BEA$(RHS합동) 이므로
$\angle BEA = \angle BED = \angle x$
$\therefore \angle x = 135° \times \dfrac{1}{2} = 67.5°$

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 120°$ 이다. 점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선의 발을 E 라 할 때, $\angle BAE$ 의 크기는?



① 50°　② 55°　③ 60°　④ 65°　⑤ 70°

해설

$\angle A = 120°$

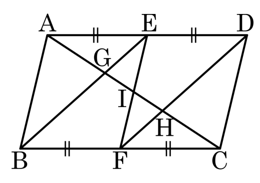
$\angle D = 60°$

$\angle ADE = 30°$

$\angle DAE = 180° - 90° - 30° = 60°$

$\therefore \ \angle BAE = 120° - 60° = 60°$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F 라 하고, 대각선 AC 와 $\overline{BE}$, $\overline{FD}$, $\overline{EF}$ 의 교점을 각각 G, H, I 라 한다. □ABCD 의 넓이가 $52\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BFHG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 13 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

△IGE ≡ △IFH (ASA 합동) 이므로

$$□\mathrm{BFHG} = △\mathrm{BFE} = \frac{1}{2}□\mathrm{ABFE} = \frac{1}{4}□\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{1}{4} \times 52 = 13\ (\mathrm{cm}^2)$$

11. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 아닌 것은?

보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형

㉣ 마름모

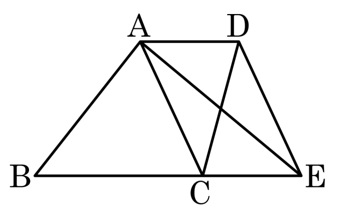
㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

12. 다음 그림에서 □ABCD의 넓이는 20cm^2이고, △ACE의 넓이는 8cm^2이다. $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$일 때, △ABC의 넓이는?

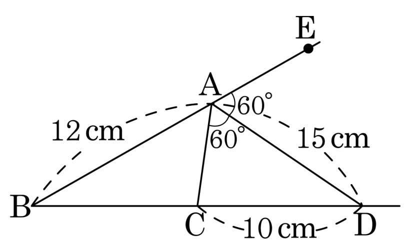


① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2
④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

△ACE = △ADE = △ADC = △CED 이고
△ABC = □ABCD − △ACD 이므로
△ABC = 20 − 8 = 12(cm^2)

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 10cm$, $\overline{AD} = 15cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

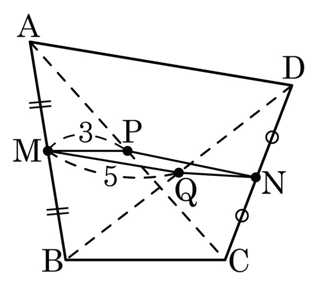


① 6cm　② 5cm　③ $\frac{24}{5}$cm
④ $\frac{15}{4}$cm　⑤ $\frac{20}{3}$cm

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$
$\therefore\ \overline{BC} = 8(\mathrm{cm})$
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$
따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm이다.

14. 다음 그림이 사각형 ABCD에서 두 변 AB, CD의 중점을 각각 M, N, 두 대각선 AC, BD 의 중점을 P, Q라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}$를 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{MQ}}=5$, $\overline{\mathrm{MP}}=3$)



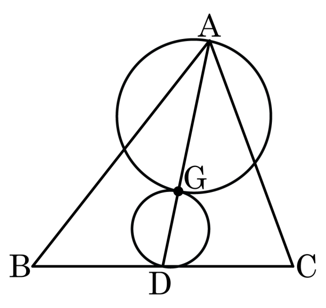
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{MP}}=2\overline{\mathrm{NQ}}=2\times 3=6$
$\overline{\mathrm{AD}}=2\overline{\mathrm{MQ}}=2\overline{\mathrm{NP}}=2\times 5=10$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}=10+6=16$이다.

15. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{\mathrm{AG}}$, $\overline{\mathrm{GD}}$를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



① 6 : 1　② 5 : 1　③ 4 : 1　④ 3 : 1　⑤ 2 : 1

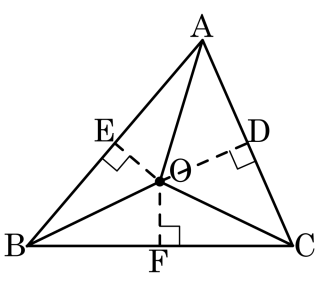
해설

점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GD}} = 2 : 1$이다.
$\overline{\mathrm{GD}}$의 길이를 a라고 하면

$\overline{\mathrm{GD}}$를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\dfrac{a^2}{4}\pi$ 이고,

$\overline{\mathrm{AG}}$를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$이므로 넓이의 비는 $4 : 1$이다.

16. 다음 그림에서 점 O 가 삼각형 ABC 의 외심일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

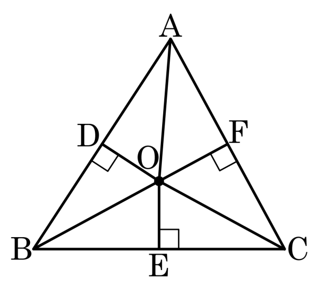
㉠ $\overline{OA} = \overline{OB}$
㉡ $\overline{OE} = \overline{OF}$
㉢ $\overline{AB} = \overline{BC}$
㉣ $\overline{AD} = \overline{CD}$
㉤ $\overline{AE} + \overline{OE} = \overline{BC}$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡, ㉢　④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡, ㉢, ㉤은 알 수 없다.

17. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$ ② $\overline{AF} = \overline{CF}$

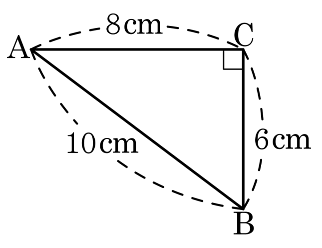
③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ ④ $\angle DAO = \angle DBO$

⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$ ② $25\pi\text{cm}^2$ ③ $22\pi\text{cm}^2$

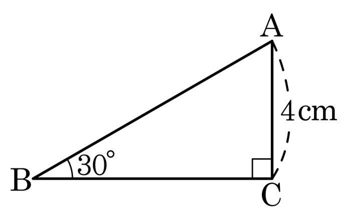
④ $20\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

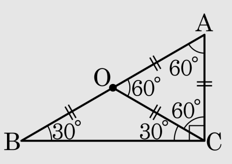
19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

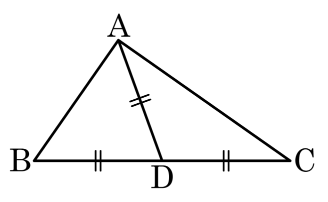


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 없는 삼각형의 종류는 무엇인가?

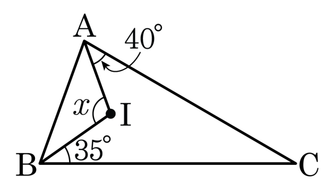


① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

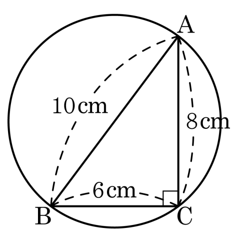
21. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $100\,°$ ② $105\,°$ ③ $110\,°$ ④ $115\,°$ ⑤ $120\,°$

해설
삼각형의 내각의 합은 $180\,°$ 이므로
$\angle x = 180\,° - (40\,° + 35\,°) = 105\,°$

22. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 이다. 외접원의 넓이는?



① $22\pi\,\text{cm}^2$　② $25\pi\,\text{cm}^2$　③ $26\pi\,\text{cm}^2$　④ $28\pi\,\text{cm}^2$　⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

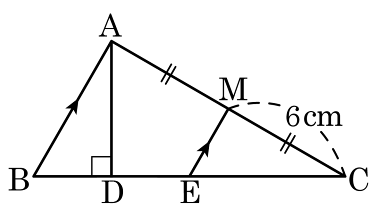
반지름이 $5\,\text{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

23. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설
④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

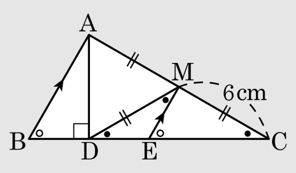
24. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 점 D라고 하고, $\overline{AB}$와 평행하면서 빗변 AC의 중점 M을 지나는 선분 ME를 이었다. $\angle B = 2 \times \angle C$, $\overline{CM} = 6cm$, $\triangle DEM$의 둘레의 길이가 14cm일 때, 선분 ME의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

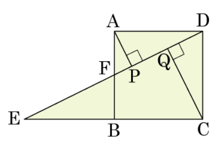
▷ 정답 : 4 cm

해설



점 M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$
$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$
$\therefore\ \angle DME = \angle C = \angle MDC$
따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{DE} = \overline{ME}$이므로 $\overline{ME}$의 길이를 x라 하면
$\triangle MDE$의 둘레의 길이는 $2x + 6 = 14$
$\therefore\ \overline{ME} = 4cm$

25. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 E를 잡고, $\overline{ED}$ 위에 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AF} = 8\,\mathrm{cm}$, $\overline{AP} = 6\,\mathrm{cm}$이다. 이 때, $\overline{DQ}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle APD$와 $\triangle DQC$에서

$\angle ADP = \angle DCQ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\angle APD = \angle DQC$

$\triangle APD \equiv \triangle DQC$ (RHA합동)

$\therefore\ \overline{DQ} = \overline{AP} = 6\,(\mathrm{cm})$