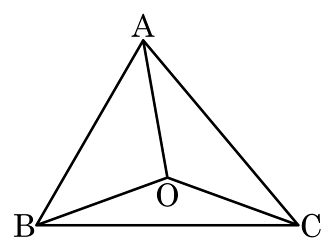
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

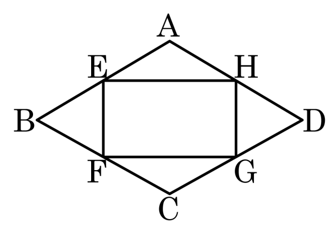


① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$ ④ $70°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle ACB = 360° \times \frac{5}{(5+6+7)} \times \frac{1}{2} = 50°$

2. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{㉠}$ 임을 밝히는 과정이다. ㉠~㉤을 바르게 채우지 못한 것은?



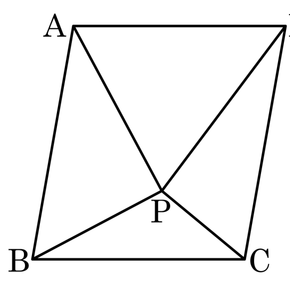
△AEH≡$\boxed{㉡}$(SAS 합동)
∴ ∠AEH = ∠AHE = $\boxed{㉢}$ = ∠CGF
△BEF ≡ △DHG ($\boxed{㉣}$ 합동)
∴ ∠BEF = ∠BFE = ∠DHG = $\boxed{㉤}$
즉, □EFGH 에서 ∠E = ∠F = ∠G = ∠H
따라서, □EFGH 는 $\boxed{㉠}$이다.

① ㉠: 정사각형　　② ㉡: △CFG　　③ ㉢: ∠CFG
④ ㉣: SAS　　⑤ ㉤: ∠DGH

해설

마름모의 각 변의 중점을 연결하면 직사각형이 된다.
△AEH 와 △CFG 가 SAS 합동이고,
△BEF 와 △DHG 는 SAS 합동이므로 ∠E = ∠F = ∠G = ∠H 이다.
따라서 □EFGH 는 직사각형이다.

3. 다음 평행사변형 ABCD 는 내부에 점 P 를 잡고 각 점을 연결한 그림이다. $\triangle PAB = 12\text{cm}^2$, $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이와 평행사변형 ABCD 의 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

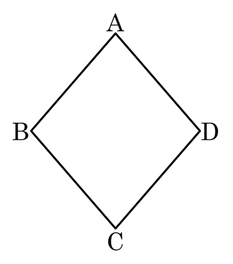
▷ 정답: $\triangle PBC = 7\,\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $\square ABCD = 44\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $12 + 10 = 15 + \triangle PBC$, $\triangle PBC = 7(\text{cm}^2)$, $\square ABCD = 44(\text{cm}^2)$

4. 다음 □ABCD 가 마름모일 때, 옳은 것은?



① $\angle A = \angle B$ 이다.

② $\angle A < 90°$ 이다.

③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

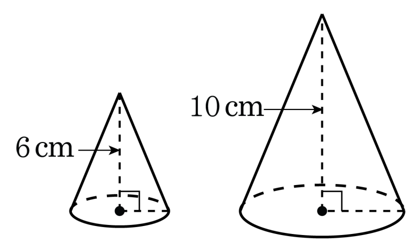
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 그 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

5. 다음 그림에서 두 원뿔은 서로 닮은 도형이고, 작은 원뿔과 큰 원뿔의 높이는 각각 6cm, 10cm 일 때, 작은 원뿔과 큰 원뿔의 모선의 길이의 비는?

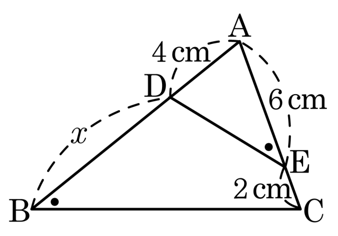


① 2 : 3　② 3 : 2　③ 3 : 5　④ 5 : 3　⑤ 3 : 4

해설

두 원뿔이 닮음이므로 높이의 비와 모선의 비가 같으므로 $6 : 10 = 3 : 5$이다.

6. 다음 그림에서 $\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{ABC}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{EC}} = 2\mathrm{cm}$ 일 때, x 의 값은 ?



① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\angle\mathrm{A}$ 는 공통, $\angle\mathrm{AED} = \angle\mathrm{ABC}$ 이므로

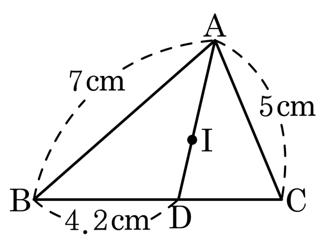
$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{AED}$

$\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AE}}$

$8 : 4 = (x+4) : 6$

$\therefore x = 8(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7.2 cm

해설

점 I 가 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

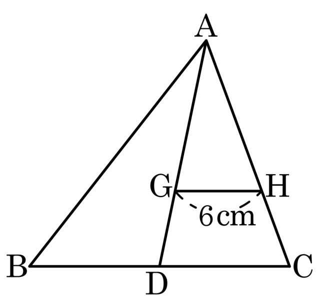
$7 : 5 = 4.2 : \overline{CD}$

$7\ \overline{CD} = 21$

$\overline{CD} = 3(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 4.2 + 3 = 7.2(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{HG} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

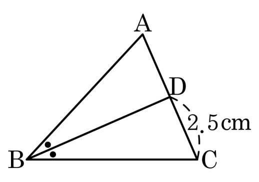
점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\therefore \overline{DC} = \frac{3}{2}\,\overline{HG} = \frac{3}{2} \times 6 = 9\,(\text{cm})$

점 D가 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$,

따라서 $\overline{BC} = 9 \times 2 = 18(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변 삼각형이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 4.2cm ② 4.4cm ③ 4.6cm

④ 4.8cm ⑤ 5cm

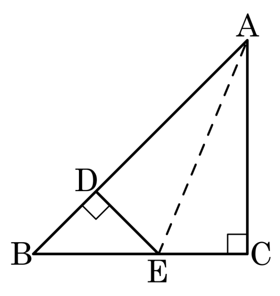
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{AD}$

따라서 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\angle \mathrm{C} = 90°$, $\angle \mathrm{ADE} = 90°$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

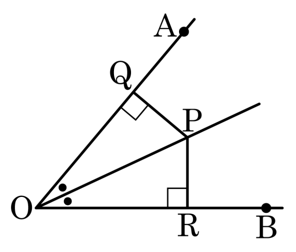


① $\angle \mathrm{DAE} = \angle \mathrm{CAE}$
② $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EC}}$
③ $\triangle \mathrm{ADE} \equiv \triangle \mathrm{ACE}$
④ $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{EC}}$
⑤ $\angle \mathrm{DEB} = \angle \mathrm{BAC}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\angle \mathrm{ACB} = 90°$ 이므로 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow \angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{B} = 45°$
$\square \mathrm{ADEC}$ 에서 $\angle \mathrm{DEC} = 360° - (90° \times 2 + 45°) = 135°$
$\angle \mathrm{DEB} = 180° - \angle \mathrm{DEC} = 45°$
$\angle \mathrm{DEB} = \angle \mathrm{BAC} = 45°$ (⑤)
$\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{DEB} = 45°$ 이므로 $\triangle \mathrm{DEB}$ 는 직각이등변삼각형 $\Leftrightarrow$ $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DE}} \cdots$ ㉠
$\triangle \mathrm{AED}$ 와 $\triangle \mathrm{AEC}$ 에서
ⅰ) $\overline{\mathrm{AE}}$ 는 공통
ⅱ) $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AC}}$
ⅲ) $\angle \mathrm{ADE} = \angle \mathrm{ACE} = 90°$ (③)
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle \mathrm{AED} \equiv \triangle \mathrm{AEC}$ (RHS 합동) 이다. 합동인 대응각의 크기는 같으므로
$\angle \mathrm{DAE} = \angle \mathrm{CAE}$ (①)
합동인 대응변의 크기는 같으므로 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EC}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EC}}$ (②)

11. 다음 그림은 「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$　② $\overline{OP}$ 는 공통

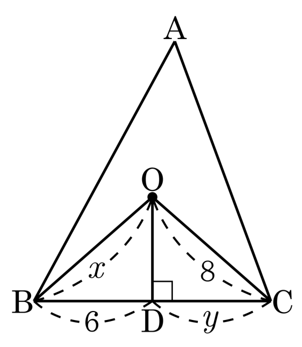
③ $\angle PQO = \angle PRO$　④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

12. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?

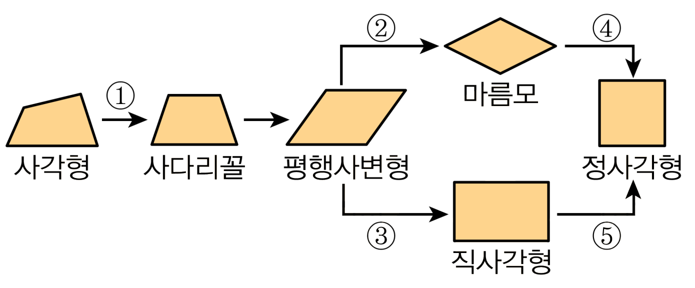


① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OB}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로
$x=8,\ y=6,\ x+y=14$ 이다.

13. 다음 그림은 일반적인 사각형에 조건이 하나씩 덧붙여져 특별한 사각형이 되는 과정을 나타낸 것이다. ①~⑤에 덧붙여지는 조건을 바르게 나타낸 것은?



① 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

② 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

③ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

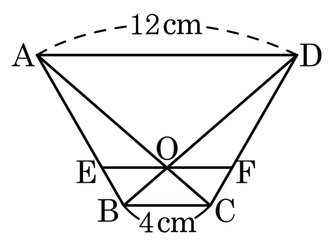
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

⑤ 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

해설

① 한 쌍의 대변이 평행하다.
② 이웃하는 두 변의 길이가 서로 같다.
④ 한 내각의 크기가 90°이다.
⑤ 이웃하는 변의 길이가 서로 같거나 대각선이 직교한다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 을 지나고 $\overline{BC}$ 와 평행한 선분 EF 에 대하여 선분 EF 의 길이는?

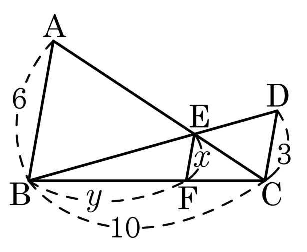


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle$AEO 와 $\triangle$ABC 의 닮음비가 3 : 4 이므로 $\overline{EO} = 3$ 이다.
$\triangle$DOF 와 $\triangle$DBC 의 닮음비도 3 : 4 이므로 $\overline{OF} = 3$ 이다. 따라서 $\overline{EF} = 6$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{EF}//\overline{CD}$일 때, $x+y$의 길이는?



① $\frac{22}{5}$ ② $\frac{23}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$ ④ $\frac{26}{3}$ ⑤ $\frac{28}{3}$

해설

$\overline{AB}:\overline{CD}=6:3=2:1$이므로 $\overline{AE}:\overline{CE}=2:1$이다.

ⅰ) $2:3=y:10$

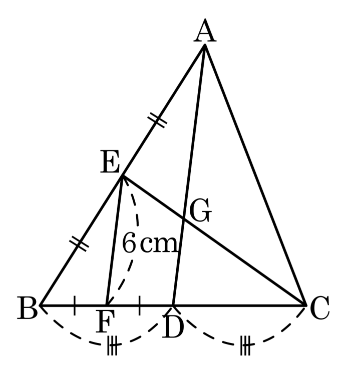
$\therefore y=\frac{20}{3}$

ⅱ) $3:2=3:x$

$\therefore\ x=2$

$\therefore\ x+y=\frac{26}{3}$

16. 다음 그림에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$의 중점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{AD}$와 $\overline{CE}$의 교점을 G라고 한다. $\overline{EF}=6\text{cm}$일 때, $\overline{AG}$의 길이는?

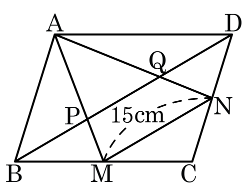


① 5cm　② 6cm　③ 7cm　④ 8cm　⑤ 9cm

해설

$\triangle$ABD에서 $\overline{AE}=\overline{BE}$, $\overline{BF}=\overline{FD}$이므로 $\overline{AD}=2\overline{EF}=12\,(\text{cm})$
점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$
$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 12=8\,(\text{cm})$

17. 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 의 중점이고 $\overline{\mathrm{MN}} = 15\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이를 구하면?



① $8\,\mathrm{cm}$ ② $10\,\mathrm{cm}$ ③ $11\,\mathrm{cm}$

④ $12\,\mathrm{cm}$ ⑤ $14\,\mathrm{cm}$

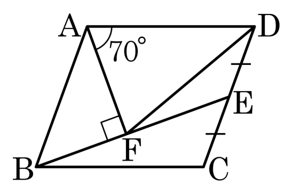
해설

점 P, Q 는 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{QD}}$ 이고

$\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{MN}} = 30\,\mathrm{cm}$ 이므로

따라서 $\overline{\mathrm{PQ}} = \dfrac{1}{3}\overline{\mathrm{BD}} = 10\,\mathrm{cm}$

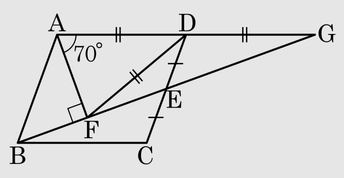
18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\ \ )^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle BCE \equiv \triangle GDE$(ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
$\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
$\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

19. 닮음비가 $3:4$인 두 정삼각형이 있다. 이 두 정삼각형의 둘레의 합이 42cm일 때, 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$, 큰 정삼각형의 한 변의 길이를 $y\text{cm}$라고 하자. $y-x$의 값을 구하여라.

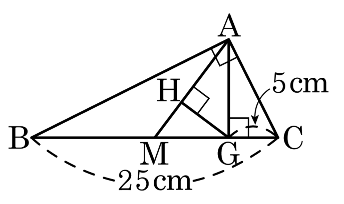
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 정삼각형의 둘레의 합이 42cm이므로 작은 정삼각형의 둘레는 $42\times\frac{3}{7}=18(\text{cm})$, 큰 정삼각형의 둘레는 $42\times\frac{4}{7}=24(\text{cm})$이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $x=6$, $y=8$이므로 $b-a=2$이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{GH} \perp \overline{AM}$, $\overline{BC} = 25\text{cm}$, $\overline{GC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하면?



① 4　　② 8　　③ 12　　④ 14　　⑤ 16

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AG}^2 = \overline{CG} \times \overline{BG}$ 이므로 $\overline{AG}^2 = 20 \times 5$

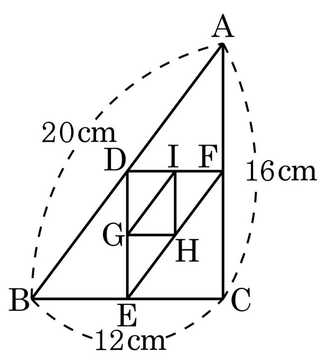
$\therefore \overline{AG} = 10$

$\triangle AMG$에서 $\overline{AG}^2 = \overline{AH} \times \overline{AM}$이고 $\overline{AM} = \dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로

$10^2 = \overline{AH} \times 12.5$

$\therefore \overline{AH} = 8$

21. $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$이고, 세 변의 중점을 각각 D, E, F, $\triangle DEF$의 세 변의 중점을 각각 G, H, I라 할 때, $\triangle GHI$의 둘레의 길이는?



① 8cm ② 12cm ③ 16cm ④ 20cm ⑤ 24cm

해설

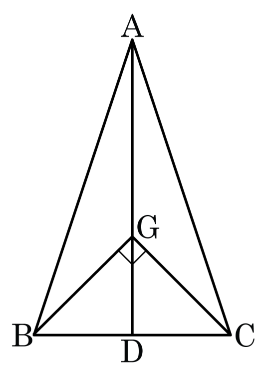
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{IG} = \frac{1}{2}\overline{EF}$ $\quad \therefore\ \overline{IG} = \frac{1}{4}\overline{AB}$

마찬가지로, $\overline{HI} = \frac{1}{4}\overline{AC}$, $\overline{GH} = \frac{1}{4}\overline{BC}$

따라서 $\triangle GHI$의 둘레의 길이는

$\frac{1}{4}(20 + 12 + 16) = 12(\text{cm})$이다.

22. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 12 cm

해설

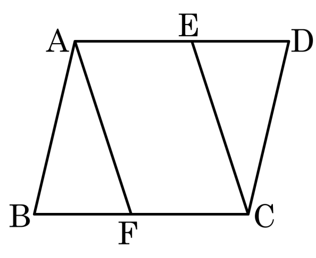
점 D는 $\triangle GBC$ 의 외심이므로

$\overline{GD} = \overline{BD} = \overline{DC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\overline{AG} : 6 = 2 : 1$, $\overline{AG} = 12(\text{cm})$

23. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$

[결론] □AFCE는 평행사변형

[증명] □ABCD에서

$\overline{AE}=\frac{1}{2}\boxed{}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$

즉, $\overline{AE}=\overline{FC}\cdots$ ㉠

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로

$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AFCE는 평행사변형이다.

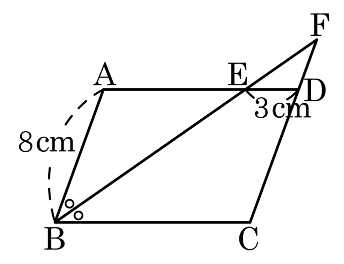
① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$

즉, $\overline{AE}=\overline{FC}$와 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}$에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABE = 10cm^2$ 이라 할때, $\square EBCD$ 의 넓이를 구하여라.



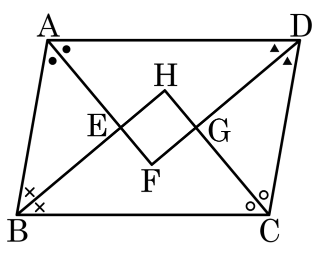
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 17.5 cm^2

해설

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AB} = 8\,(cm)$ 이므로
$\triangle ABE$ 에서 높이를 h 라고 하면
$10 = \frac{1}{2} \times 8 \times h, h = 2.5\,(cm)$
$\therefore \square EBCD = 11 \times 2.5 - 10$
$= 27.5 - 10$
$= 17.5\,(cm^2)$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$

② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$

④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} /\!/ \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.