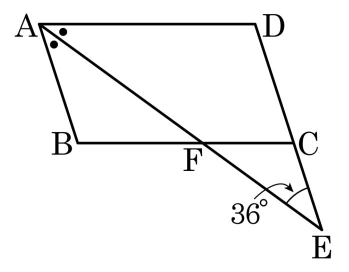
1. 평행사변형 ABCD 에서 각 A 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 하자. $\angle CEF = 36^{\circ}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?

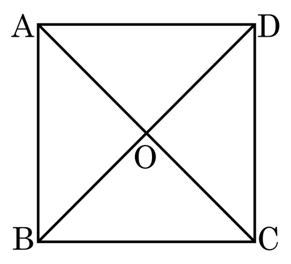


① 36°　　② 72°　　③ 108°　　④ 120°　　⑤ 144°

해설

$\angle CEF = \angle BAF = 36°$
$\angle BCD = 2\angle BAF = 72°$

2. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DB}}$ ② $\angle \mathrm{AOB} = 90°$ ③ $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}}$
④ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{OC}}$

해설

정사각형은 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다. 따라서 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DB}}$ 이고, $\angle \mathrm{AOB} = 90°$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이다.

3. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① 평행사변형은 마름모이다.

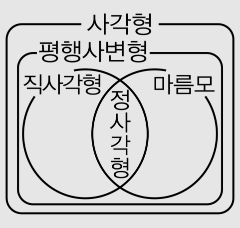
② 정사각형은 평행사변형이다.

③ 직사각형은 마름모이다.

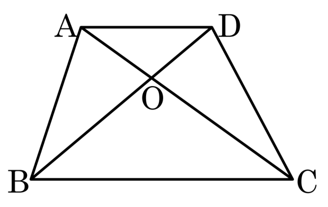
④ 평행사변형은 정사각형이다.

⑤ 평행사변형은 직사각형이다.

해설



4. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle DCO$ 의 넓이가 40 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $2\overline{AO} = \overline{CO}$)



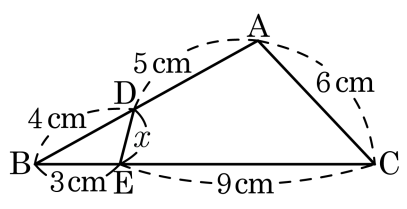
▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$\triangle ABO = \triangle DCO = 40$
또, $2\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 80$
따라서 $\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle BOC = 40 + 80 = 120$

5. 다음 그림에서 x의 값은?



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

해설

$\triangle$ABC와 $\triangle$EBD에서

$\overline{AB} : \overline{EB} = 9 : 3 = 3 : 1$

$\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 4 = 3 : 1$

$\angle$B는 공통

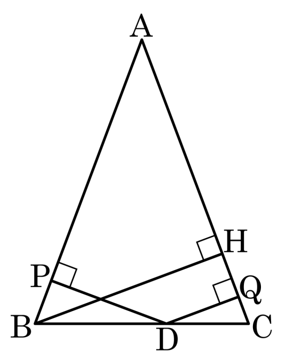
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS닮음)

$\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 1$ 이므로 $6 : x = 3 : 1$

$3x = 6$

$\therefore\ x = 2$

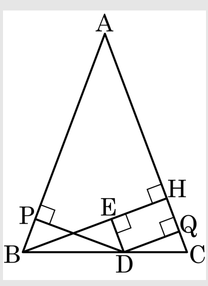
6. 다음 그림에서 △ABC 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP}=8\text{cm}$, $\overline{DQ}=5\text{cm}$ 이다. 꼭짓점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 13 cm

해설

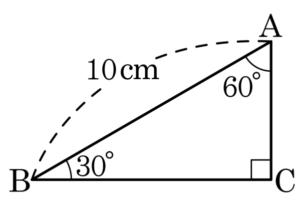


점 D 에서 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면

△PBD ≡ △EDB(RHA 합동)

$\therefore \overline{BH}=\overline{BE}+\overline{EH}=\overline{DP}+\overline{DQ}=8+5=13(\text{cm})$

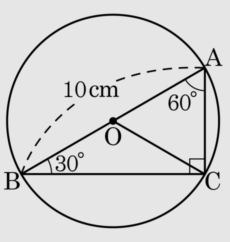
7. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

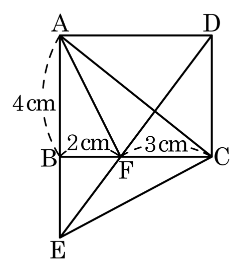
해설

외심원 O를 그리면



$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = 5\text{cm}$
$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이고,
$\angle A = 60°$이므로
$\triangle AOC$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AC} = 5(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점이 F 이다. 이때 $\triangle$FEC 의 넓이는?



① $1\,cm^2$ ② $1.5\,cm^2$ ③ $2\,cm^2$

④ $3\,cm^2$ ⑤ $4\,cm^2$

해설

그림에서 $\overline{BD}$ 를 그으면, $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4\ (cm^2)$

9. 다음 중 항상 닮음이 아닌 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정육면체	㉡ 두 원뿔	㉢ 두 사각기둥
㉣ 두 구	㉤ 두 원기둥	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

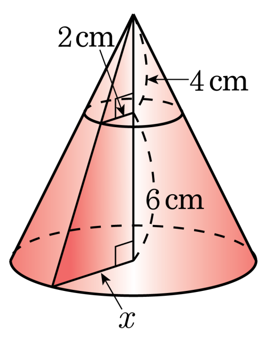
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

두 구, 두 정육면체는 항상 닮음이다.

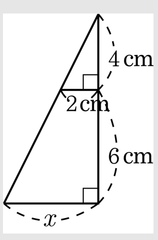
10. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 그 단면인 원의 반지름의 길이는 2cm이다. 이때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

원뿔을 자른 평면은 다음과 같다.

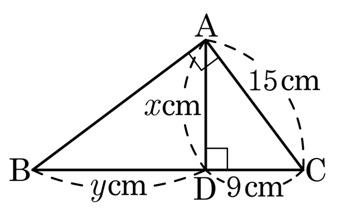


$2 : x = 4 : (4 + 6)$

$4x = 20$

$\therefore\ x = 5$

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 밑변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라고 할 때, $x+y$ 의 값은?



① 14　② 20　③ 28　④ 32　⑤ 40

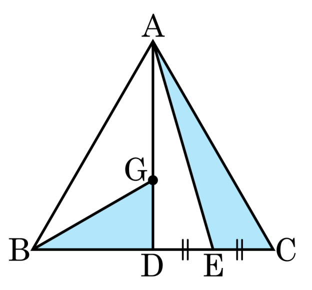
해설

$\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC}$, $15^2 = 9(y+9)$ $\therefore$ $y = 16$

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$, $x^2 = 9y$ $\therefore$ $x = 12$

$\therefore x + y = 12 + 16 = 28$

12. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 E가 $\overline{DC}$의 중점일 때, $\triangle GBD : \triangle AEC$ 는?



① 1 : 1 ② 1 : 2 ③ 2 : 3 ④ 3 : 4 ⑤ 4 : 5

해설

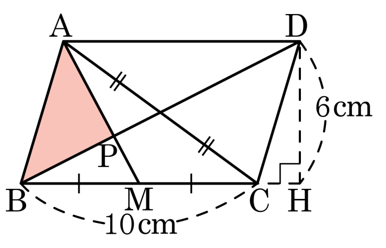
$\triangle ABC = S$라 하면,

$\triangle ABD = \frac{1}{2}S$, $\triangle GBD = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{6}S$

$\triangle ADC = \frac{1}{2}S$, $\triangle AEC = \frac{1}{2}\triangle ADC = \frac{1}{4}S$

$\triangle GBD : \triangle AEC = \frac{1}{6} : \frac{1}{4} = 2 : 3$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, 대각선 BD 와 선분 AM 의 교점을 P 라 할 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



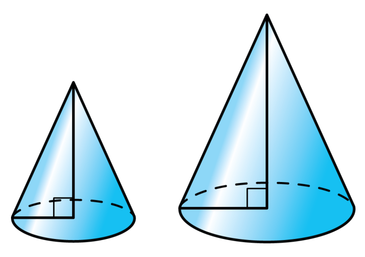
① $5cm^2$　② $8cm^2$　③ $10cm^2$
④ $12cm^2$　⑤ $15cm^2$

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 Q 라 하면, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BQ}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 점 P 는 이 삼각형의 무게중심이 된다. 따라서 무게중심의 성질에 의해

$\triangle ABP = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 10(cm^2)$ 이다.

14. 다음 두 원뿔은 닮은 도형이고, 옆넓이가 각각 54cm^2, 96cm^2 일 때, 두 도형의 닮음비는?

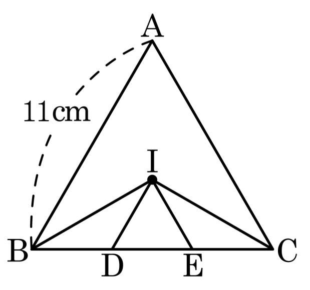


① 1 : 7 ② 9 : 16 ③ 2 : 3 ④ 3 : 4 ⑤ 4 : 3

해설

옆넓이의 비가 $54 : 96 = 9 : 16 = 3^2 : 4^2$ 이므로 닮음비는 $3 : 4$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{ID}}$, $\overline{\mathrm{AC}}//\overline{\mathrm{IE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 11\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{IDE}$ 의 둘레의 길이는?



① $\frac{11}{3}\mathrm{cm}$　② $\frac{11}{2}\mathrm{cm}$　③ $11\mathrm{cm}$
④ $12\mathrm{cm}$　⑤ $13\mathrm{cm}$

해설

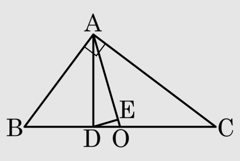
$\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{IBD}$ 이고 $\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{BID}(\because \overline{\mathrm{AB}}//\overline{\mathrm{ID}})$ 이므로 $\angle\mathrm{IBD} = \angle\mathrm{BID}$ 이다. $\Rightarrow \overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{ID}}$
같은 방법으로 $\angle\mathrm{ACI} = \angle\mathrm{ICE}$ 이고 $\angle\mathrm{ACI} = \angle\mathrm{CIE}$ $(\because \overline{\mathrm{AC}}//\overline{\mathrm{IE}})$ 이므로 $\angle\mathrm{ICE} = \angle\mathrm{CIE}$ 이다.$\Rightarrow \overline{\mathrm{IE}} = \overline{\mathrm{EC}}$ 이다.
따라서 ($\triangle\mathrm{IDE}$ 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{ID}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{IE}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{BC}} = 11(\mathrm{cm})$ 이다.

16. $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$ ② $3 + a$ ③ $3 - \frac{a}{2}$

④ $\frac{2a}{5} - 3$ ⑤ $\frac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{5}{2}$

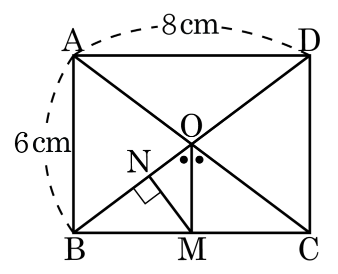
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$ 에서 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$

$\therefore \ \overline{AD} = \frac{12}{5}$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{5}{2}\right) \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}a - 3$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD} = 10\,\mathrm{cm}$이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$일 때, $\overline{MN}$의 길이는?



① 1.2cm ② 1.6cm ③ 2.4cm ④ 3.6cm ⑤ 4.8cm

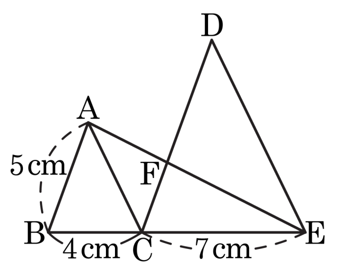
해설

$\overline{BO} = \dfrac{1}{2}\overline{BD} = \dfrac{1}{2} \times 10 = 5\,(\mathrm{cm})$

$\triangle OBM = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = \dfrac{1}{2} \times 5 \times \overline{MN}$

$\therefore\ \overline{MN} = 2.4\,(\mathrm{cm})$

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이고, 점 C는 $\overline{BE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 4cm$, $\overline{CE} = 7cm$ 일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\frac{245}{44}$ cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$

$5 : \overline{DC} = 4 : 7$이므로 $\overline{DC} = \frac{35}{4}$

$\triangle EAB$ 와 $\triangle EFC$ 에서 $\angle E$ 는 공통, $\angle B = \angle FCE$($\because$ $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$)이므로 $\triangle EAB \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)

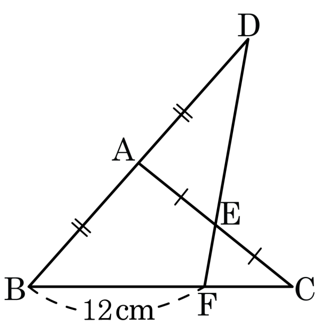
$\overline{EB} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{FC}$이므로

$11 : 7 = 5 : \overline{CF}$

$\overline{CF} = \frac{35}{11}$

따라서 $\overline{DF} = \frac{35}{4} - \frac{35}{11} = \frac{245}{44}$(cm)이다.

19. 아래 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 를 만족하는 점 D 를 잡고, $\overline{AC}$ 의 중점 E 에 대하여 $\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 F 라 하자. $\overline{BF} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?

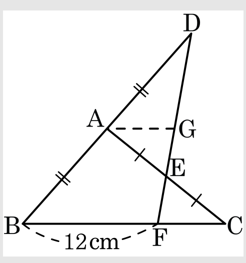


① 4cm ② 5cm ③ 6cm

④ $\frac{13}{2}$cm ⑤ 7cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AG}//\overline{BC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면 $\triangle DBF$ 에서 $\overline{AG} = \frac{1}{2}\overline{BF} = 6(\text{cm})$



$\triangle AEG$ 와 $\triangle CEF$ 에서 $\angle GAE = \angle FCE$ (엇각), $\overline{AE} = \overline{CE}$, $\angle AEG = \angle CEF$ (맞꼭지각) 이므로

$\triangle AEG \equiv \triangle CEF$(ASA합동)

$\therefore \overline{CF} = \overline{AG} = 6(\text{cm})$

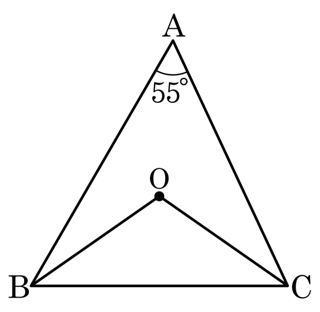
20. 축척이 $\frac{1}{200000}$ 인 지도에서 20cm 떨어진 두 지점을 시속 60km 로 왕복하는데 걸리는 시간은?

① 40 분 ② 50 분 ③ 1 시간 10 분
④ 1 시간 20 분 ⑤ 1 시간 40 분

해설

(실제 왕복 거리) $= 2 \times 20 \times 200000 = 8000000(\mathrm{cm})$
따라서 $80(\mathrm{km})$ 이다.
따라서 왕복하는데 걸리는 시간은 $\frac{80}{60} = 1\frac{1}{3}$(시간), 즉 1시간 20분 이다.

21. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$ABO + $\angle$ACO 의 크기는?

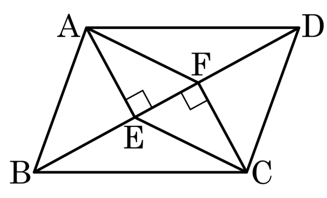


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

보조선 $\overline{\mathrm{OA}}$ 를 그으면
$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA}$
$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}$ 이므로
$\angle\mathrm{ABO} + \angle\mathrm{ACO} = \angle\mathrm{OAB} + \angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{BAC} = 55°$ 이다.

22. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



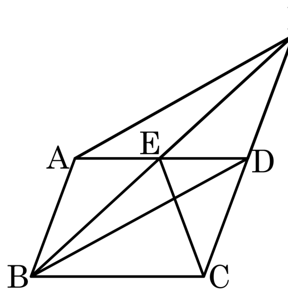
[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \boxed{㉠}$(엇각)
$\overline{AE} // \boxed{㉡} \cdots ⓐ$
$\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \boxed{㉢}$, $\boxed{㉣} = \angle CBF$
따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
$\boxed{㉤} = \overline{CF} \cdots ⓑ$
ⓐ,ⓑ에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① ㉠ : $\angle CFB$ ② ㉡ : $\overline{CF}$ ③ ㉢ : $\overline{BC}$
④ ㉣ : $\angle CDB$ ⑤ ㉤ : $\overline{AE}$

해설

④ $\angle CBF = \angle ADB$이다.

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{DC}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\triangle FEC = 30\,cm^2$, $\triangle EDF = 12\,cm^2$ 일 때, $\triangle FEA$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,cm^2$

해설

$\triangle ADF = \triangle BDF$ 이므로

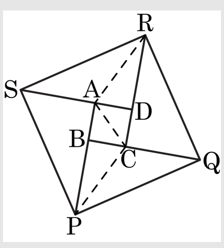
$$\begin{aligned}\triangle FEA &= \triangle BED = \triangle ECD \\ &= \triangle FEC - \triangle EDF \\ &= 30 - 12 = 18\,(cm^2)\end{aligned}$$

24. 넓이가 1 인 사각형 ABCD 의 각 변 AB, BC, CD, DA 의 연장선 위에 $\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BC} : \overline{CQ} = \overline{CD} : \overline{DR} = \overline{DA} : \overline{AS} = 1 : 2$ 가 되도록 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, $\square PQRS - 4\square ABCD$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



$\overline{BC} : \overline{CQ} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BP} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle PQB = 3\triangle BPC = 3 \times 2\triangle ABC = 6\triangle ABC$

또, $\overline{DA} : \overline{AS} = 1 : 2$, $\overline{CD} : \overline{DR} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle RSD = 3\triangle RAD = 3 \times 2\triangle ACD = 6\triangle ACD$

같은 방법으로 $\triangle QRC = 6\triangle BCD$, $\triangle SPA = 6\triangle ABD$ 임을 알 수 있다.

$\therefore\ \square PQRS$

$= \triangle PQB + \triangle QRC + \triangle RSD + \triangle SPA + \square ABCD$

$= 6\triangle ABC + 6\triangle BCD + 6\triangle ACD + 6\triangle ABD + \square ABCD$

$= 6(\triangle ABC + \triangle ACD) + 6(\triangle BCD + \triangle ABD) + \square ABCD$

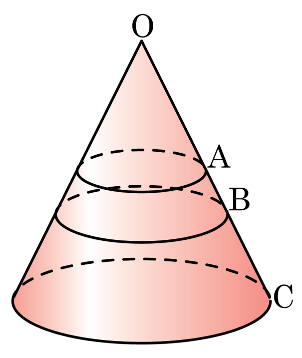
$= 6\square ABCD + 6\square ABCD + \square ABCD$

$= 13\square ABCD$

따라서 $\square ABCD = 1$ 이므로

$$\begin{aligned}\square PQRS - 4\square ABCD &= 13\square ABCD - 4\square ABCD \\ &= 9\square ABCD \\ &= 9\end{aligned}$$

25. 다음 그림은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 것이다. $\overline{OA}$: $\overline{AB}$: $\overline{BC} = 3 : 1 : 2$ 이고, 가운데 원뿔대의 부피가 $74\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 처음 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $432\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{OA}$: $\overline{OB}$: $\overline{OC} = 3 : 4 : 6$

$3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$

잘려진 입체도형의 부피의 비는

$27 : (64-27) : (216-64) = 27 : 37 : 152$

처음 원뿔의 부피를 x라 하면

$37 : 216 = 74 : x,\ \ x = 432(\mathrm{cm}^3)$