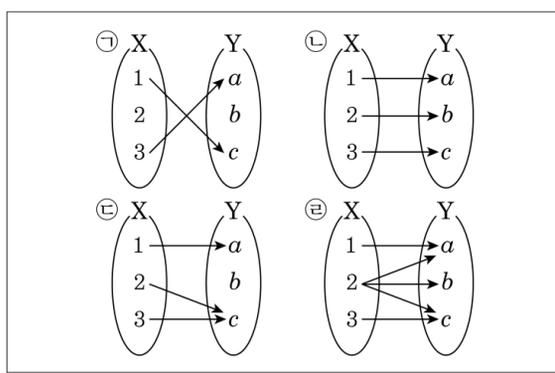


1. 다음 대응 관계 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

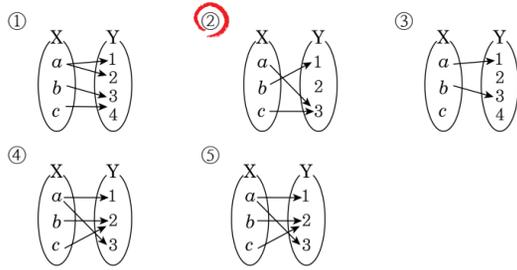


- ① ㉠, ㉡                      ② ㉠, ㉢                      ③ ㉡, ㉣  
 ④ ㉠, ㉢, ㉣                  ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

**해설**

㉠  $X$ 의 원소 2에 대응하는  $Y$ 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.  
 ㉡, ㉢  $X$ 의 각 원소에  $Y$ 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.  
 ㉣  $X$ 의 원소 2에 대응하는  $Y$ 의 원소가  $a, b, c$ 의 3개이므로 함수가 아니다.

2. 다음 대응 중 함수인 것은?



**해설**

집합  $X$ 의 모든 원소 각각에 대하여 집합  $Y$ 의 원소가 하나씩만 대응하여야 하므로 함수의 정의에 맞는 것은 ②번이다.

3. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$  에 대하여 다음 중  $X$  에서  $Y$  로의 함수가 아닌 것은 무엇인가?

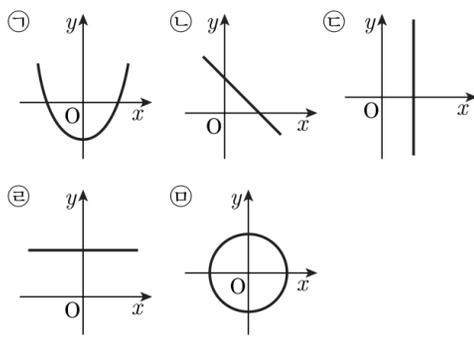
- ①  $f(x) = 1 - x$                       ②  $f(x) = |x| + 1$   
 ③  $f(x) = x^2 + x + 1$               ④  $f(x) = x^3 + 2$   
 ⑤  $f(x) = |x^2 + x| + 1$

**해설**

각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

따라서 함수가 아닌 것은 ④ 이다.

4. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?

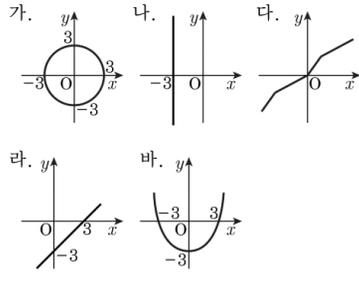


- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

**해설**

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합  $X$ 의 각 원소  $x$ 의 함수값  $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은  $x$ 의 함수값  $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

5. 다음 중 함수의 그래프인 것을 모두 고른 것은?

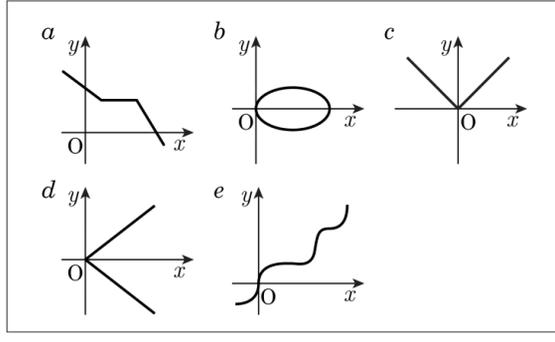


- ① 가, 나, 다      ② 가, 나, 마      ③ 다, 라, 마  
 ④ 나, 마      ⑤ 가, 마

**해설**

주어진  $x$ 에  $y$ 값이 하나만 대응되어야 한다.  
 $\therefore$  다, 라, 마가 함수이다.

6. 다음 그래프 중 함수인 것은?

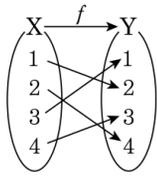


- ①  $a, b, c$     ②  $a, c, e$     ③  $a, c, d$     ④  $b, c, e$     ⑤  $c, d, e$

**해설**

[a] 함수 [b] 함수가 아니다. [c] 함수 [d] 함수가 아니다. [e] 함수  
따라서 [a], [c], [e]만이 함수이다.

7. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① 함수이다.
- ② 정의역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ③ 공역은 {1, 2, 3, 4} 이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 4} 이다.
- ⑤ 일대일 대응이다.

**해설**

- ① 주어진 대응  $x$ 의 각 원소에  $y$ 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- ②, ③ 정의역과 공역은 모두 {1, 2, 3, 4}이다.
- ④ 치역은 {1, 2, 3, 4}이다.
- ⑤ 집합  $X$ 의 각 원소에 대한 함숫값이 모두 다르므로 일대일 대응이다.

8. 두 집합  $X = \{0, 1, 2\}$ ,  $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$ 가  $f(x) = 2x^2 - 3x$  일 때, 함수  $f$ 의 치역을 구하면?

①  $\{-1, 1\}$

②  $\{-1, 0, 1\}$

③  $\{0, 1, 2\}$

④  $\{-1, 0, 2\}$

⑤  $\{-1, 0, 1, 2\}$

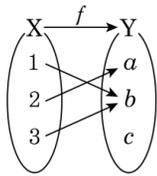
해설

$$f(x) = 2x^2 - 3x \text{이므로}$$

$$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$$

따라서 치역은  $\{-1, 0, 2\}$

9. 아래 그림은 집합  $X$ 에서 집합  $Y$ 로의 함수  $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.  $f$ 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ①  $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$       ②  $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$   
 ③  $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$       ④  $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$   
 ⑤  $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$



10.  $f(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ 에 대하여  $f(25)$ 의 값을 구하면?

- ①  $\frac{45}{51}$       ②  $\frac{46}{51}$       ③  $\frac{47}{51}$       ④  $\frac{48}{51}$       ⑤  $\frac{49}{51}$

해설

$$\therefore f(25) = \frac{2 \times 25 - 1}{2 \times 25 + 1} = \frac{49}{51}$$

11. 집합  $X = \{1, 2\}$  를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 + x + a$ ,  $g(x) = x^2 + bx + 1$  에 대하여  $f = g$  일 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

**해설**

정의역  $X = \{1, 2\}$  이고  $f = g$  이므로  
 $f(1) = g(1)$ ,  $f(2) = g(2)$  가 성립한다.  
 $f(1) = g(1)$  에서  $2 + 1 + a = 1 + b + 1$   
 $\therefore a - b = -1 \dots \textcircled{\text{A}}$   
 $f(2) = g(2)$  에서  $8 + 2 + a = 4 + 2b + 1$   
 $\therefore a - 2b = -5 \dots \textcircled{\text{B}}$   
 $\textcircled{\text{A}}$ ,  $\textcircled{\text{B}}$  을 연립하여 풀면  $a = 3$ ,  $b = 4$   
 $\therefore a + b = 7$

12. 집합  $X = \{1, 2\}$  를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = ax - 3$ ,  $g(x) = 2x + b$  에 대하여  $f = g$  가 되도록 하는 상수  $a, b$  에 대하여  $a - b$  의 값을 구하면?

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$f(1) = g(1) \text{에서 } a - 3 = 2 + b$$

$$\therefore a - b = 5 \cdots \text{㉠}$$

$$f(2) = g(2) \text{에서 } 2a - 3 = 4 + b$$

$$\therefore 2a - b = 7 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } a = 2, b = -3$$

$$\therefore a - b = 2 - (-3) = 5$$

13.  $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ ,  $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$  에서  $f : X \rightarrow Y$ ,  $f(x) = ax + b$  (단,  $a > 0$ ) 로 정의되는 함수  $f$  가 일대일 대응이 되도록  $a, b$  의 값을 정하면?

- ①  $a = \frac{3}{2}, b = 0$     ②  $a = \frac{1}{2}, b = 0$     ③  $a = \frac{3}{2}, b = 1$   
④  $a = \frac{3}{2}, b = 0$     ⑤  $a = 2, b = 0$

해설

$f$  가 일대일 대응이고  $a > 0$  이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

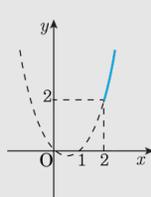
$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

14. 이차함수  $f(x) = x^2 - x$  가 있다. 함수  $f : X \rightarrow X$  가 일대일대응이 되도록 하는 집합  $X$  는  $X = \{x | x \geq k\}$  이다. 이 때,  $k$  의 값은 얼마인가?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

**해설**

주어진 함수  $f : X \rightarrow X$  가 일대일대응이려면,  
 (정의역)=(공역)이므로  
 (정의역)=(치역)이 되어야 한다.  
 즉,  $f(k) = k$   
 $\therefore k = 0$  또는  $k = 2$   
 (i)  $k = 0$ 이면  $f(0) = f(1)$ 이므로  
 $f(x) = x^2 - x$  가 일대일대응이 되지 않는다.  
 (ii)  $k = 2$  이면 일대일대응이 된다.  
 $\therefore k = 2$



15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

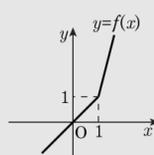
$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax+b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

- ①  $a = 1, b = -1$     ②  $a = 1, b = 1$     ③  $a = 2, b = -1$   
④  $a = 2, b = 0$     ⑤  $a = -1, b = 2$

**해설**

$f$ 가 일대일대응이 되려면  
 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.  
즉, 직선  $y = ax + b$ 가  
점  $(1, 1)$ 을 지나야 하므로  
 $a + b = 1 \dots \textcircled{1}$   
또, 직선  $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선  
 $y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.  
 $\therefore a > 0 \dots \textcircled{2}$   
따라서 주어진 보기 중  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을  
모두 만족시키는 것은  $\textcircled{3}$ 이다.



16. 다음 중 항등함수를 찾으려면?

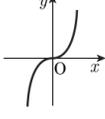
- ①  $f(x) = x$       ②  $f(x) = x + 1$       ③  $f(x) = x - 1$   
④  $f(x) = x^2$       ⑤  $f(x) = x^2 + 1$

해설

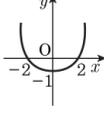
항등함수는  $f(x) = x$  또는  $y = x$  이다.

17. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

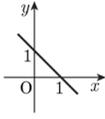
①



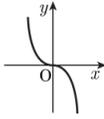
②



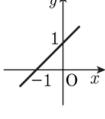
③



④



⑤



**해설**

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수  $x_1, x_2$  에 대하여  $x_1 \neq x_2$  일 때  $f(x_1) \neq f(x_2)$  를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

18. 집합  $X = \{x|x \text{는 자연수}\}$  에 대하여  $X$  에서  $X$  로의 함수  $f$  는 상수 함수이다.  $f(2) = 2$  일 때,  $f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(19)$  의 값은 얼마인가?

- ① 100      ② 50      ③ 38      ④ 20      ⑤ 10

해설

$f(x)$  가 상수함수이므로,  
 $f(1) = f(3) = \dots = f(19) = 2$   
 $\therefore f(1) + f(3) + \dots + f(19) = 2 \cdot 10 = 20$

19. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$  에 대하여  $f$  는 항등함수이고  $g(x) = -3(x$  는 실수) 일 때,  $f(2) + g(4)$  의 값은?

㉠ -1      ㉡ 1      ㉢ 2      ㉣ 3      ㉤ 4

해설

$f$  는 항등함수이므로  $f(x) = x$

$\therefore f(2) = 2$

모든 실수  $x$  에 대하여

$g(x) = -3$  이므로  $g$  는 상수함수이다.

$\therefore g(4) = -3$

$\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$  이다.

20. 다음 보기의 함수 중 일대일대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠  $f(x) = 2x - 3$

㉡  $g(x) = x^2 + x$

㉢  $h(x) = |x| - 2$

㉣  $k(x) = x^3$

- ① 0 개    ② 1 개    ③ 2 개    ④ 3 개    ⑤ 4 개

해설

㉠, ㉣은 증가함수이므로 일대일대응  
㉡  $g(-2) = g(1) = 2$  이므로  
일대일대응이 아니다.  
㉢  $h(-2) = h(2) = 0$  이므로  
일대일대응이 아니다.  
그러므로 일대일대응인 것은 2 개이다.

21. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 대응은 몇 가지인가?

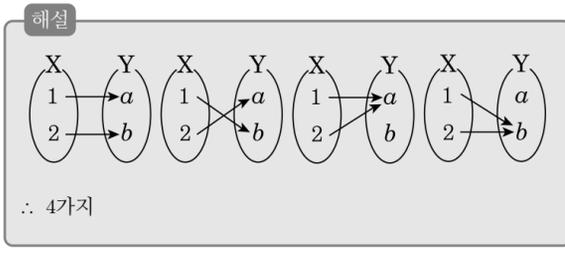
- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**해설**

∴ 6가지

22. 집합  $X = \{1, 2\}$ ,  $Y = \{a, b\}$  라 할 때, 집합  $X$  에서  $Y$  로의 함수의 개수를 구하면?

- ① 1 가지                      ② 2 가지                      ③ 3 가지  
④ 4 가지                      ⑤ 5 가지



23. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 상수함수의 개수를 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 상수함수는  $f(x) = 1$ ,  $f(x) = 2$ ,  $f(x) = 3$ 의 3개가 있다.

24. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{5, 6, 7\}$  에 대하여  $X$  에서  $Y$  로의 함수의 개수를  $a$ , 일대일 대응의 개수를  $b$  라고 할 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 27      ② 30      ③ 33      ④ 36      ⑤ 39

해설

집합  $X$  에서  $Y$  로의 함수의 개수는

$$a = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

집합  $X$  에서  $Y$  로의 일대일 대응의 개수는

$$b = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$\therefore a + b = 27 + 6 = 33$$

25. 두 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = -3x + 2$  의 합성함수  $g \circ f$  를 구하면 무엇인가?

①  $y = -6x - 1$       ②  $y = -6x$       ③  $y = -6x + 1$

④  $y = -6x + 3$       ⑤  $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$  이다.

26. 두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x + 2$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

①  $(f \circ g)(x) = (x+2)^2$       ②  $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③  $(f \circ g)(x) = (x-2)^2$       ④  $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤  $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x + 2$ 에 대하여  
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+2) = (x+2)^2$

27. 두 함수  $f(x) = -x + a$ ,  $g(x) = ax + b$  에 대하여  $(f \circ g)(x) = 2x - 4$  일 때,  $ab$  의 값은 얼마인가?

- ① -2      ② -3      ③ -4      ④ -5      ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + b) \\ &= -(ax + b) + a = -ax + a - b \text{ 이므로 } -ax + a - b = 2x - 4 \\ \text{그런데, 이것은 } x \text{ 에 대한 항등식이므로} \\ a &= -2, b = 2 \\ \therefore ab &= -4\end{aligned}$$

28. 함수  $f(x) = ax + b (a > 0)$ 에 대하여 합성함수  $(f \circ f)(x) = 4x + 3$ 일 때  $f(1)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = a(ax + b) + b \\ = a^2x + ab + b$$

$$a^2x + ab + b = 4x + 3$$

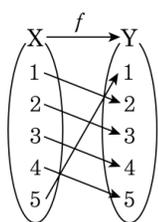
$x$ 에 대한 항등식 이므로  $a^2 = 4, ab + b = 3$

$a > 0$  이므로  $a = 2, b = 1$

$$\therefore f(x) = 2x + 1$$

$$\therefore f(1) = 3$$

29. 다음 그림과 같이 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수  $f : X \rightarrow X$ 에 대하여  $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는  $a$ 의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(f(a)) = 3$  이므로  $f(a) = 2$   
 $\therefore a = 1$

30. 함수  $f(x) = x^2 + x - 2$  에 대하여  $f(f(1)) + f(f(-2))$  의 값은?

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

해설

$f(x) = (x-1)(x+2)$  에서  
 $f(1) = 0, f(-2) = 0, f(0) = -2$  이고  
 $f(f(1)) = f(f(-2)) = f(0)$  이다.  
 $\therefore f(f(1)) + f(f(-2)) = 2f(0) = -4$

31. 두 함수  $f(x) = x^2 - x$ ,  $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여  $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$f(1) = 0 \text{ 이므로 } (g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$$
$$\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$$

32. 두 함수  $f(x) = 3x+1$ ,  $g(x) = -x^2+x$ 에 대하여  $(f \circ g)(2)$ ,  $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값을 구하면?

- ① -47      ② -35      ③ 12      ④ 37      ⑤ 47

해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a-b = -5 - (-42) = 37$$

33. 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = 4x + a$ 에 대하여  $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x + 1, g(x) = 4x + a \text{ 이므로} \\ (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x + 1) \\ &= 4(3x + 1) + a \\ &= 12x + 4 + a \end{aligned}$$

따라서  $12x + 4 + a = 12x + 7$  에서  $4 + a = 7$   
 $\therefore a = 3$

34. 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $A$ 로의 두 함수  $f, g$ 가 일대일 대응이고  $f(2) = 1, g(3) = 3, (f \circ g)(1) = 2$ 일 때,  $(g \circ f)(1) + (g \circ f)(3)$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$g(3) = 3$ 이고 함수  $g$ 는 일대일 대응이므로  $g(1) = 1$  또는  $g(1) = 2$ 이다.

만약  $g(1) = 2$  라고 가정하면

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(2) = 2 \text{ 이다.}$$

그러나 문제의 조건에서  $f(2) = 1$  이므로 모순이다.

따라서  $g(1) = 1$  이다.

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) \text{ 이고}$$

$$(f \circ g)(1) = 2 \text{ 이므로 } f(1) = 2 \text{ 이다.}$$

$$f(1) = 2, f(2) = 1 \text{ 이므로 } f(3) = 3 \text{ 이다.}$$

$$g(1) = 1, g(3) = 3 \text{ 이므로 } g(2) = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore (g \circ f)(1) + (g \circ f)(3) = g(f(1)) + g(f(3))$$

$$= g(2) + g(3)$$

$$= 2 + 3 = 5$$

35. 함수  $f(x) = 2x + 6$ ,  $g(x) = ax - 1$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$ 일 때,  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{5}{6}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6$$

$$= 2ax + 4 \cdots \text{㉠}$$

$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1$$

$$= 2ax + 6a - 1 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

36. 두 함수  $f(x) = ax + b$ ,  $g(x) = ax + c$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

①  $a = 1$  또는  $b = c$

②  $a = 1$

③  $b = c$

④  $a = 0$  또는  $b = c$

⑤  $a = 0$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + c) \\ &= a(ax + c) + b \\ &= a^2x + ac + b\end{aligned}$$

마찬가지로  $(g \circ f)(x) = a^2x + ab + c$

$\therefore ac + b = ab + c$

즉,  $(a - 1)(b - c) = 0$

$\therefore a = 1$  또는  $b = c$

37. 두 함수  $f(x) = -3x+k$ ,  $g(x) = 2x+4$ 에 대하여,  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는  $k$ 의 값은 얼마인가?

① -16      ② -14      ③ -6      ④ -4      ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= -3x+k, g(x) = 2x+4 \text{에서} \\ (f \circ g)(x) &= f(2x+4) = -3(2x+4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \text{㉠} \\ (g \circ f)(x) &= g(-3x+k) = 2(-3x+k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \text{㉡} \end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} -6x - 12 + k &= -6x + 2k + 4 \\ \therefore k &= -16 \end{aligned}$$

38. 함수  $f(x)$ 가  $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때,  $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$  에서  $2x+1 = 3$  이므로  
 $x = 1$  을 대입하면  
 $f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

39. 함수  $f(x)$ 가  $f(3x+1) = 2x-1$ 을 만족할 때, 함수  $f(x)$ 를 구하면?

①  $f(x) = \frac{x-1}{2}$     ②  $f(x) = \frac{3x+1}{2}$     ③  $f(x) = \frac{x-2}{3}$

④  $f(x) = \frac{2x-5}{3}$     ⑤  $f(x) = \frac{2x+3}{3}$

해설

$$f(3x+1) = 2x-1 \text{에서 } 3x+1 = t \text{ 라고 놓으면 } x = \frac{t-1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\therefore f(t) = 2 \cdot \frac{t-1}{3} - 1 = \frac{2t-5}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{2x-5}{3}$$

40. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x+2$  일 때,  $f(x)$ 는 무엇인가?

①  $f(x) = x+2$       ②  $f(x) = x-2$       ③  $f(x) = 2x$

④  $f(x) = 2x+1$       ⑤  $f(x) = 2x+2$

해설

$$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = x+2 \quad \dots \textcircled{1} \text{에서}$$

$$\frac{x+1}{2} = t \text{라 하면 } x = 2t-1 \text{ 이므로}$$

$$\text{이를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면 } f(t) = 2t-1+2 = 2t+1$$

$$\therefore f(x) = 2x+1$$

41. 세 함수  $f, g, h$  가  $(g \circ f)(x) = x$ ,  $(h \circ f)(x) = -x + 3$  일 때,  $k \circ g = h$  를 만족시키는 함수  $k(x)$  를 구하면?

- ①  $k(x) = -x + 1$     ②  $k(x) = -x + 2$     ③  $k(x) = -x + 3$   
④  $k(x) = -x + 4$     ⑤  $k(x) = -x + 5$

해설

$k \circ g = h$  이므로  $(k \circ g) \circ f = h \circ f$   
 $k \circ (g \circ f) = h \circ f$   
 $k \circ I = h \circ f$  ( $\because g \circ f = I$ ,  $I$ 는 항등함수)  
 $\therefore k = h \circ f$  ( $\because k \circ I = I \circ k = k$ )  
 $\therefore k(x) = (h \circ f)(x) = -x + 3$

42. 두 함수  $f(x) = x + 3$ ,  $g(x) = 2x - 1$  이고  $(f \circ h)(x) = g(x)$  일 때,  $h(1)$  의 값은 얼마인가?

- ㉠ -2      ㉡ 0      ㉢ 1      ㉣ 2      ㉤ 4

해설

$(f \circ h)(x) = g(x)$  에  $x = 1$  을 대입하면  $f(h(1)) = g(1)$   
한편,  $g(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$  이므로  $h(1) = k$  라 하면  
 $f(k) = 1$  에서  $f(k) = k + 3 = 1$  이므로  $k = -2$   
 $\therefore h(1) = -2$

43.  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = 3x - 2$  일 때,  $(g \circ h)(x) = f(x)$  를 만족시키는 함수  $h(x)$  를 구하면?

①  $h(x) = \frac{1}{3}x + 1$

②  $h(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

③  $h(x) = x + \frac{1}{3}$

④  $h(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

⑤  $h(x) = \frac{2}{3}x + 1$

해설

$f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = 3x - 2$  일 때,  
 $(g \circ h)(x) = f(x)$  를 만족해야 하므로  
 $(g \circ h)(x) = g(h(x)) = 3h(x) - 2$   
 $3h(x) - 2 = x + 1$ ,  $3h(x) = x + 3$   
 $\therefore h(x) = \frac{1}{3}x + 1$

44.  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$  이고  $f_2 = f \circ f, f_3 = f \circ f \circ f, \dots, f_n = f_{n-1} \circ f$  라고 정의할 때,  $f_{2000}(-1)$  의 값은?

- ① -1      ②  $-\frac{1}{2}$       ③ 0      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

해설

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

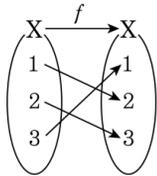
$$f_2(x) = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}$$
$$= 1 - \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{x-1}$$

$$f_3(x) = (f_2 \circ f)(x) = \frac{-1}{1 - \frac{1}{x} - 1} = x \quad \text{즉 } f_3 = I \text{ (항등함수)}$$

이므로

$$f_{2000}(-1) = f_{3 \times 666 + 2}(-1) = f_2(-1) = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}$$

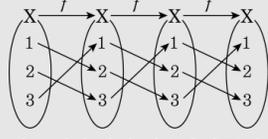
45. 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow X$ 를 다음과 같이 정의한다.



$f^1(x) = f(x)$ ,  $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )라 할 때,  $f^{100}(1) - f^{200}(3)$ 의 값은?

- ① -2      ② 2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 0

**해설**



위 그림과 같이 대응관계를 이용하여 합성함수의 값을 구하면

$$f^3(1) = f(f(f(1))) = f(f(2)) = f(3) = 1$$

같은 방법으로  $f^3(2) = 2$ ,  $f^3(3) = 3$  이다.

$\therefore f^3(x) = x$  이므로

$$f^{100}(x) = (f^{3 \cdot 33} \circ f)(x) = f(x),$$

$$f^{200}(x) = (f^{3 \cdot 66} \circ f^2)(x) = f^2(x)$$

$$\therefore f^{100}(1) = f(1) = 2, \quad f^{200}(3) = f^2(3) = f(f(3)) = f(1) = 2$$

$$\therefore f^{100}(1) - f^{200}(3) = 2 - 2 = 0$$

46. 함수  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  에 대하여  $f^{101}(-1)$  의 값은? (단,  $f^n = f \circ f \circ \dots \circ f$ )

- ① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

해설

$$f(-1) = \frac{1}{2}, f^2(-1) = 2, f^3(-1) = -1, f^4(-1) = \frac{1}{2} \dots$$

주기가 3 으로 반복되므로

$$f^{101} = (f^3)^{33} \circ f^2 = f^2 = 2$$

47. 함수  $f$ 에 대하여  $f \circ f = f^2$ ,  $f^2 \circ f = f^3$ ,  $\dots$ ,  $f^n \circ f = f^{n+1}$  이라고 정의한다.  $f(x) = x - 1$  일 때,  $f^{1998}(1)$ 의 값은?

① -1998

② -1997

③ 0

④ 1

⑤ 1998

해설

$$f(x) = x - 1$$

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x - 1) - 1 = x - 2$$

$$f^3(x) = f^2(f(x)) = (x - 1) - 2 = x - 3$$

$\vdots$

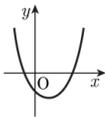
$$f^n(x) = x - n \quad (n \text{ 은 정수})$$

$$f^{1998}(x) = x - 1998$$

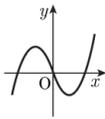
$$\therefore f^{1998}(1) = -1997$$

48. 다음 그래프 중에서 실수전체 집합에서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는?

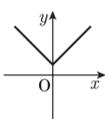
①



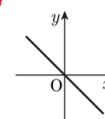
②



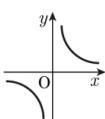
③



④



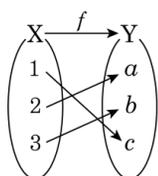
⑤



**해설**

역함수가 존재하려면 함수가 일대일 대응이어야 한다.  
 일대일 대응이란 변수  $x, y$ 가 서로 하나씩 대응되는 것으로 ④에 해당된다.  
 ⑤번은  $x = 0$ 에 대응되는  $y$ 가 없다.

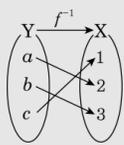
49. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때,  $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

역함수  $f^{-1}$ 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

50. 두 집합  $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$ ,  $Y = \{y \mid a \leq y \leq b\}$ 에서  $f : X \rightarrow Y$ ,  $f(x) = x + 1$ 의 역함수  $f^{-1} : Y \rightarrow X$ 가 존재할 때,  $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단,  $a, b$ 는 실수)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

함수  $y = f(x)$ 의 역함수가 존재하면  
일대일 대응이다.  
즉, 공역은 치역과 같으므로 치역을 구하면  
 $f(0) = 1, f(2) = 3$ 에서  
 $Y\{y \mid a \leq y \leq b\} = \{y \mid 1 \leq y \leq 3\}$   
 $\therefore a = 1, b = 3$   
 $\therefore a + b = 4$

51. 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수  $f(x) = |x-2| + kx - 5$ 의 역함수가 존재할 때, 상수  $k$ 의 범위는 무엇인가?

①  $k < -1$

②  $-1 < k < 1$

③  $k < 1$

④  $k < -1$  또는  $k > 1$

⑤  $k > 1$

해설

$$x \geq 2 \text{ 일 때, } f(x) = (k+1)x - 7$$

$$x < 2 \text{ 일 때, } f(x) = (k-1)x - 3$$

그런데  $f(x)$ 의 역함수가 존재하므로  $f(x)$ 는 일대일대응이다.

따라서,  $(k+1)(k-1) > 0$  이므로

$$k < -1 \text{ 또는 } k > 1$$

52. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = |x-2| + ax - 6$  이 역함수를 가질 때, 상수  $a$  의 값의 범위는?

①  $a < -1$

②  $-1 < a < 0$

③  $0 < a < 1$

④  $a > 1$

⑤  $a < -1$  또는  $a > 1$

해설

$$f(x) = |x-2| + ax - 6$$
$$= \begin{cases} (a+1)x - 8 & (x \geq 2) \\ (a-1)x - 4 & (x < 2) \end{cases}$$

함수  $f(x)$  가 연속함수이므로 역함수가 존재하기 위해서는  $f(x)$  가 증가함수이거나 감소함수이어야 한다.

따라서, 기울기  $a+1$  와  $a-1$  은 모두 양이거나 모두 음이어야 한다.

즉,  $(a+1)(a-1) > 0$

$\therefore a < -1$  또는  $a > 1$

53. 일차함수  $y = px + q$  의 역함수가  $y = -5x + 7$  일 때, 상수  $p, q$  의 합  $p + q$  는?

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{6}{5}$     ③ 4    ④  $\frac{5}{6}$     ⑤ 8

해설

$y = -5x + 7$  의 역함수를 구하면

$$x = -5y + 7, y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$p = -\frac{1}{5}, q = \frac{7}{5}$$

$$\therefore p + q = \frac{6}{5}$$

54. 함수  $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

- ①  $y = x - 2$       ②  $y = x + 2$       ③  $y = -x - 2$   
④  $y = -x + 2$       ⑤  $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를  $x$ 에 관해서 풀면  
 $x = y + 2$   
 $x$ 와  $y$ 를 바꾸면  $y = x + 2$

55. 함수  $f(x) = ax + b$ 의 역함수가  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 일 때,  $a + b$ 의 값은 얼마인가? (단  $a, b$ 는 실수)

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

해설

$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$ 이므로

$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 의 역함수는

$f(x) = ax + b$ 이다.

$y = \frac{1}{3}x + 2$ 로 놓고  $x, y$ 를 서로 바꾸면

$x = \frac{1}{3}y + 2, y = 3x - 6$

$a = 3, b = -6$

$\therefore a + b = -3$

56. 함수  $f(x) = 2x - 3$  에 대하여  $f^{-1}(2)$  의 값은?

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$

해설

$$f^{-1}(2) = a \text{ 라 하면, } f(a) = 2 \text{ 이므로 } 2a - 3 = 2$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

57. 함수  $f(x) = 2x - 5$  의 역함수를  $y = f^{-1}(x)$  라 할 때,  $f^{-1}(-3)$  의 값은 얼마인가?

- ① -3      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$  에서  $x$  와  $y$  를 바꾸면  $x = 2y - 5$

$x = 2y - 5$  를  $y$  에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

|다른풀이|  $f^{-1}(-3) = a$  로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

58. 함수  $f(x) = ax + 3$  에 대하여  $f^{-1} = f$  가 성립할 때, 상수  $a$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$f^{-1} = f$  의 양변에 함수  $f$  를 합성하면  
 $f^{-1} \circ f = f \circ f$   
이때,  $f^{-1} \circ f = I$ ( $I$ 는 항등함수) 이므로  $f \circ f = I$   
즉  $(f \circ f)(x) = x$   
 $\therefore (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + 3)$   
 $\qquad \qquad \qquad = a(ax + 3) + 3 = a^2x + 3a + 3 = x$   
따라서  $a^2 = 1$ ,  $3a + 3 = 0$  이므로  $a = -1$

59. 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{가 } f^{-1}(2) = -3 \text{을 만족시킬 때, } f(5) \text{의}$$

값은 얼마인가?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$f^{-1}(2) = -3 \text{에서 } f(-3) = 2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

60. 함수  $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여  $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은 얼마인가?

- ① -5    ② -3    ③ -1    ④ 1    ⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

61. 함수  $f(x) = mx + n$ 에 대하여  $f^{-1}(3) = 2$ ,  $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수  $m, n$ 의 합  $m + n$ 의 값은 얼마인가?

- ① -2    ② -1    ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로  
역함수의 정의에 의해서  
 $f(2) = 3$ ,  $(f \circ f)(2) = 7$ 에서  $f(f(2)) = f(3) = 7$   
 $2m + n = 3 \cdots \text{㉠}$   
 $3m + n = 7 \cdots \text{㉡}$   
㉠, ㉡을 연립하여 풀면  $m = 4, n = -5$   
 $\therefore m + n = -1$

62. 두 함수  $f, g$  에 대하여  $f(x) = 3x - 1$ ,  $g(x) = x^2 - 1$  일 때,  $(g \circ f^{-1})(5)$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$f^{-1}(5) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 5, 3k - 1 = 5$$

$$\therefore k = 2$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(5) = g(f^{-1}(5)) = g(2) = 2^2 - 1 = 3$$

63.  $f(x) = -2x + 3$ ,  $g(x) = 3x + 1$  일 때,  $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$  의 값은?

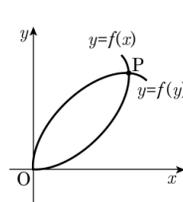
- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$f \circ (g \circ f)^{-1} = f \circ (f^{-1} \circ g^{-1}) = (f \circ f^{-1}) \circ g^{-1} = I \circ g^{-1} = g^{-1}$   
따라서, 구하는 값은  $g^{-1}(4)$  이므로  
 $g^{-1}(4) = k$  로 놓으면  $g(k) = 4$   
 $3k + 1 = 4$  에서  $k = 1$   
 $\therefore g^{-1}(4) = 1$

64. 다음 그림과 같은 두 곡선  $y = f(x)$  와  $x = f(y)$  의 교점  $P$  가 될 수 있는 점은 무엇인가?

- ①  $(\frac{1}{2}, 1)$                       ②  $(1, \frac{3}{2})$
- ③  $(1, 2)$                             ④  $(2, 2)$
- ⑤  $(2, 3)$



**해설**

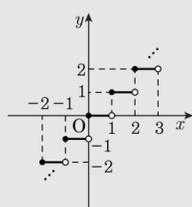
$y = f(x)$  와  $x = f(y)$  는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점  $P$  는 함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = x$  의 교점과 같다. 따라서 점  $P$  는 직선  $x = y$  위의 점이므로  $(2, 2)$  이다.

65. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단,  $[x]$  는  $x$  보다 크지 않은 최대의 정수)

- ①  $y = [x]$  의 그래프는 함수의 그래프이다.
- ②  $y = [x]$  의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.
- ③  $x = 2.1$  이면  $[x] = 2$  이다.
- ④  $x = -1.8$  이면  $[x] = -2$  이다.
- ⑤  $y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

해설

$y = [x]$  의 그래프는 다음 그림과 같으므로



$y = [x]$  의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.