1. 다음 x, y의 다항식 P, Q에 대해 $\mathrm{P}+\mathrm{Q}$를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$\mathrm{P} = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$\mathrm{Q} = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ **답 :**

▶ **답 :**

▷ **정답 :** ㉠ 4

▷ **정답 :** ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면
$\mathrm{P}+\mathrm{Q} = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$
항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 두 다항식 $A=5x^3+x^2-6x+7$, $B=2x^3-4x^2-1$에 대하여 $2A-3B$를 계산한 식에서 x^2의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}&2A-3B\\&=2(5x^3+x^2-6x+7)-3(2x^3-4x^2-1)\\&=4x^3+14x^2-12x+17\end{aligned}$$

$\therefore$ x^2의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.

$2A-3B \Rightarrow 2(x^2)-3(-4x^2)=2x^2+12x^2=14x^2$

3. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$에 대하여 $A - 2B$를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$
② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$
③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$
④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$
⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4-2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

4. $\{x-(y-z)\}-\{(x-y)-z\}$를 간단히 하면?

① $2y$ ② $2z$ ③ $-2y$ ④ $-2z$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}&\{x-(y-z)\}-\{(x-y)-z\}\\&=(x-y+z)-(x-y-z)\\&=x-y+z-x+y+z\\&=2z\end{aligned}$$

해설

5. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 의 차수는?

① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$\left(x^2+1\right)^4$ 는 8차식, $\left(x^3+1\right)^3$ 은 9차식

따라서 $\left(x^2+1\right)^4\left(x^3+1\right)^3$ 은

$8+9=17$차 다항식이다.

6. $x^2y(-xy)^3$ 을 간단히 하면?

① $-x^4y^5$　② xy^5　③ $-x^5y^4$　④ $-xy^5$　⑤ x^2y^5

해설

$$x^2y(-xy)^3 = x^2y(-x^3y^3) = -x^5y^4$$

7. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$을 $x^2 + x - 1$로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

$\therefore$ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

8. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$ ② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$ ④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$

$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$

$=(a-b)^2-c^2$

$=a^2+b^2-c^2-2ab$

9. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$　② $x^2 + x + 1$　③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$　⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

10. 다항식 $f(x)$를 $2x^2+3x+2$로 나누었더니 몫이 $3x-4$이고, 나머지가 $2x+5$이었다. 이 때, $f(1)$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$

$=6x^3+9x^2+6x-8x^2-12x-8+2x+5$

$=6x^3+x^2-4x-3$

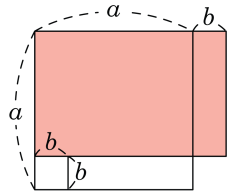
$\therefore\ f(1)=6+1-4-3=0$

해설

$f(x)=(2x^2+3x+2)(3x-4)+(2x+5)$

$f(1)=(2+3+2)(3-4)+(2+5)=-7+7=0$

11. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

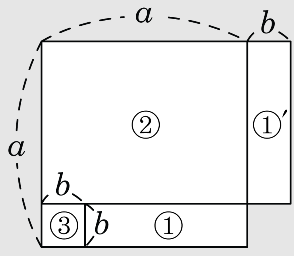
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

해설



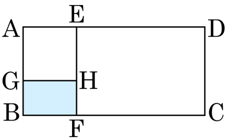
$(a+b)(a-b) = ①' + ②$

$①' = ①$이므로

$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$

$\therefore\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

12. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$
② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$

$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$

$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

13. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$

$=\{(4a^2-9b^2)^3\}^4$

$=(4a^2-9b^2)^{12}$

$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

14. $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, x^2과 x^3의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$

$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$

(x^2의 계수)=(x^3의 계수)=0이므로

$ab+2=0,\ a+2=0$

따라서 $a=-2,\ b=1$

$\therefore a+b=-1$

15. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+2 를 x^2-x+1 로 나눈 나머지가 $x+3$ 이 되도록 $a,\ b$ 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $ab=-6$

해설

검산식을 사용

$x^3+ax^2+bx+2=(x^2-x+1)\cdot A+(x+3)$

$A=(x+p)$

$x^3+ax^2+bx+2-(x+3)=(x^2-x+1)(x+p)$

$x^3+ax^2+(b-1)x-1=(x^2-x+1)(x-1)\quad \therefore p=-1$

우변을 정리하면

$\therefore\ \ a=-2,\ b=3$

$\therefore ab=-6$

16. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$=xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$=7$

17. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

18. 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c라 하자.

$4(a+b+c)=36,\ 2(ab+bc+ca)=56$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$a^2+b^2+c^2=81-56=25$

$\therefore$ (대각선의 길이) $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{25}=5$

19. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z라 하면

$x+y+z=22 \cdots\cdots ①$

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14 \cdots\cdots ②$이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

20. $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^5 + \dfrac{1}{x^5}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x+1$을 곱하면,

$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$를 x로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

① 에 대입하면, $x^5 + \dfrac{1}{x^5} = 1$

21. $x+y+z=4$, $xy+yz+zx=1$, $xyz=2$일 때, $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$의 값을 구하면?

① 16 ② 8 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

해설

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$을

$xy+yz+zx=1$을 이용하여 변형하면

$(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$

$=(1-zx)(1-xy)(1-yz)$

$=1-(xy+yz+zx)+(x^2yz+xy^2z+xyz^2)-(xyz)^2$

$=1-(xy+yz+zx)+xyz(x+y+z)-(xyz)^2$

$=1-1+2\cdot4-4$

$=4$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$(x-a)(x-b)(x-c)$

$=x^3-(a+b+c)x^2+(ab+bc+ca)x-abc$

22. $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 14(x > 0)$ 일 때, $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 36 ② 44 ③ 52 ④ 68 ⑤ 82

해설

$x^2 + \dfrac{1}{x^2} = (x + \dfrac{1}{x})^2 - 2$ 이므로

$x + \dfrac{1}{x} = 4\ (\because x > 0)$

$x^3 + \dfrac{1}{x^3} = (x + \dfrac{1}{x})^3 - 3(x + \dfrac{1}{x}) = 52$

23. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 $20\,\mathrm{m}$ 이고 대각선의 길이가 $3\,\mathrm{m}$ 일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m^2 인가?

① $12\,\mathrm{m}^2$ ② $13\,\mathrm{m}^2$ ③ $14\,\mathrm{m}^2$ ④ $15\,\mathrm{m}^2$ ⑤ $16\,\mathrm{m}^2$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$4(a+b+c)=20,\ a+b+c=5$

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}=3,\ a^2+b^2+c^2=9$

$$\begin{aligned}(\text{겉넓이}) &= 2(ab+bc+ca)\\ &= (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\\ &= 25-9=16(\mathrm{m}^2)\end{aligned}$$

24. $x+y=2,\ x^3+y^3=14$일 때, x^5+y^5의 값을 구하면?

① 12 ② 32 ③ 52 ④ 82 ⑤ 102

해설

$x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)\cdots(*)$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$\therefore\ 14=8-6xy$

$\therefore\ xy=-1\cdots\cdots$①

$x^3+y^3=14\cdots\cdots$②

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4-2(-1)=6\cdots\cdots$③

①, ②, ③을 $(*)$에 대입하면

$x^5+y^5=6\times14-2=82$

25. $a-b=1$이고, $a^2+b^2=-1$일 때, $a^{14}+b^{20}$의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$b=a-1$을 $a^2+b^2=-1$에 대입하면

$a^2-a+1=0$에서 $a^3=-1$

$a=b+1$을 $a^2+b^2=-1$에 대입하면

$b^2+b+1=0$에서 $b^3=1$

$$\begin{aligned} a^{14}+b^{20} &= (a^3)^4 \times a^2 + (b^3)^6 \times b^2 \\ &= a^2+b^2=-1 \end{aligned}$$