

1. 두 직선 $(a-2)x+3y-1=0$, $ax-y+3=0$ 이 서로 수직일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(a-2)a+3(-1) &= 0 \\ a^2-2a-3 &= 0, (a-3)(a+1) = 0 \\ \therefore a &= -1 \text{ 또는 } 3\end{aligned}$$

2. 세 직선 $l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0, n : x - 2y + 3 = 0$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

㉠ $l // m$

㉡ $m \perp n$

㉢ $l \perp n$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$l : y = -2x + 3, m : 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x + \frac{1}{2}$$

$$n : x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{에서}$$

두 직선 l 과 n 의 기울기의 곱이

$$(-2) \times \frac{1}{2} = -1 \text{이므로}$$

l 과 n 은 서로 수직이다.

즉, $l \perp n$ 한편, 기울기가 같은 직선은

없으므로 서로 평행한 직선은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉢뿐이다

3. 두 점 A(-2, -1), B(4, 3) 에 대하여 선분 AB의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

선분 AB의 중점의 좌표는 (1, 1)

선분 AB의 기울기는 $\frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB의 수직이등분선은 점 (1, 1)을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

4. 두 직선 $x+y-4=0$, $2x-y+1=0$ 의 교점과 점 $(2,-1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y=ax+b$ 이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x+y-4=0 \\ 2x-y+1=0 \end{cases} \text{ 을 연립하면}$$

교점 : $(1,3) \Rightarrow (1,3), (2,-1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1-3}{2-1}(x-1) + 3$$

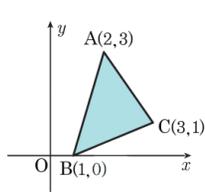
$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

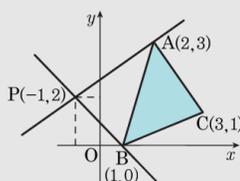
5. 직선 $y = -mx - m + 2$ 가 아래 그림의 삼각형 ABC 를 지나기 위한 m 의 범위는?

- ① $-1 \leq m \leq 3$ ② $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$
 ③ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$ ④ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 3$
 ⑤ $1 \leq m \leq 3$



해설

직선 $y = -mx - m + 2$ 에서 $mx + y + m - 2 = 0$
 $m(x+1) + y - 2 = 0$ 이므로
 점 $P(-1, 2)$ 를 반드시 지난다.
 따라서 직선 $y = -mx - m + 2$ 가
 $\triangle ABC$ 를 지나기 위한 기울기 $-m$
 의 범위는



(직선 PB 의 기울기) $\leq -m \leq$ (직선 PA 의 기울기)

직선 PB 의 기울기는 $\frac{2-0}{-1-1} = -1$

직선 PA 의 기울기는 $\frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3}$

$-1 \leq -m \leq \frac{1}{3}$

$\therefore -\frac{1}{3} \leq m \leq 1$

6. 직선 $(k+1)x - (k-2)y - 3 = 0$ 에 대하여 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, k 는 실수)

< 보 기 >

- ㉠ $k = -1$ 이면 점 $(1, 0)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 y 축에 평행이다.
- ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉢
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $k = -1$ 이면 $y = 1$ 이므로 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
- ㉡ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 이므로 y 축에 평행이다.
- ㉢ $(x-y)k + (x+2y-3) = 0$ 이므로 k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

7. 점 (3, -5)와 직선 $4x - 3y - 12 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$d = \frac{|4 \times 3 + (-3) \times (-5) + (-12)|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3$$

8. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

9. 좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x - y + 2 - k(x + y) = 0$ 까지의 거리의 최대값은?(단, k 는 실수)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

원점 O 에서 직선 $(3 - k)x - (1 + k)y + 2 = 0$ 까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3 - k)^2 + (1 + k)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}}$$

거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$2k^2 - 4k + 10 = 2(k - 1)^2 + 8 \geq 8$ 이므로

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}} \leq \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

\therefore 최대값 $\frac{\sqrt{2}}{2}$