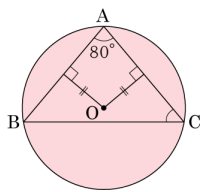


1. 다음 그림에서 $\angle A = 80^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



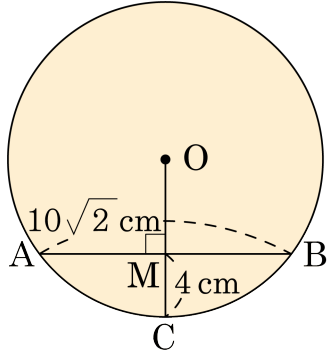
▶ 답: 0

▶ 정답 : 50°

해설

원의 중심에서 현까지의 거리가 같으므로
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 이므로 $\angle C = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$

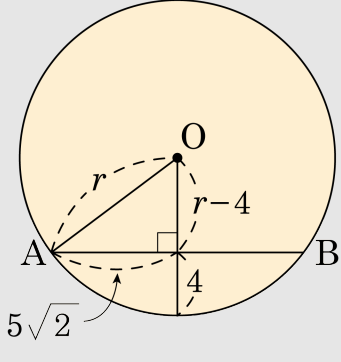
2. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{MC} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 지름의 길이는?



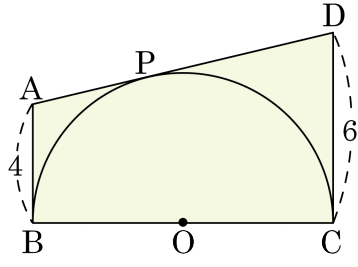
- ① $\frac{33}{4}\text{cm}$ ② $\frac{33}{2}\text{cm}$ ③ 33cm
 ④ $\frac{33\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ ⑤ $\frac{33\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

해설

$\overline{OA} = r\text{cm}$ 이라 하면, $\overline{OM} = (r - 4)\text{cm}$ 로 둘 수 있다.
 $r^2 = (r - 4)^2 + (5\sqrt{2})^2$, $r^2 = r^2 - 8r + 16 + 50 \quad \therefore r = \frac{33}{4}$
 따라서 원의 지름은 $\frac{33}{4} \times 2 = \frac{33}{2}(\text{cm})$ 이다.

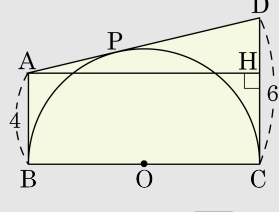


3. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



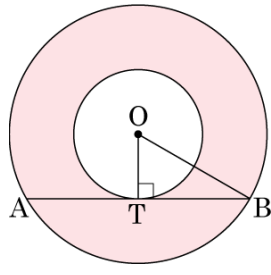
- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{3}$

해설



위의 그림에서 $\overline{AP} = 4$, $\overline{PD} = 6$, $\overline{DH} = 2$ 이므로 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$
따라서, $\overline{BC} = 4\sqrt{6}$

4. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고
색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은
원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라.
(단, T 는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

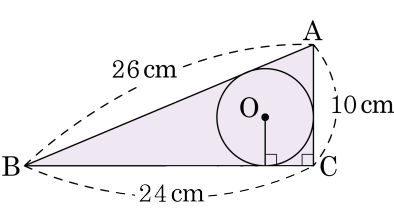
큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r

$$R^2\pi - r^2\pi = 64\pi, R^2 - r^2 = 64$$

$\triangle OTB$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{BT}^2 = 64$ 이므로 $\overline{BT} = 8\text{ cm}$

$$\overline{AB} = 2\overline{BT} = 16\text{ cm}$$

5. 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB} = 26\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각 삼각형에 내접하고 있다. 내접 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② $\frac{3}{2}\text{cm}$ ③ 2cm ④ $\frac{7}{2}\text{cm}$ ⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 r 라고 하자. □CFOE가 정사각형이므로

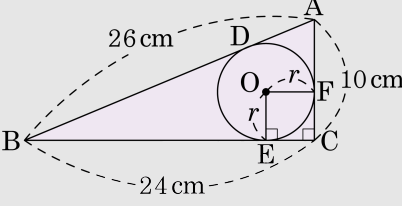
$$\overline{CF} = \overline{CE} = r(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r(\text{cm})$$

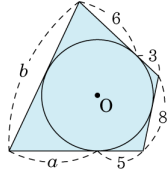
$$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}, 26 = (24 - r) + (10 - r)2r = 8$$

$$\therefore r = 4(\text{cm})$$



6. 다음 그림에서 $b-a$ 의 값은?

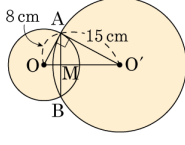


- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} b+8 &= (6+3) + (a+5) \\ b-a &= 9+5-8=6 \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 두 원 O, O'의 반지름의 길이는 각각 8cm, 15cm 이고 $\angle OAO' = 90^\circ$ 일 때, 공통현 AB의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{240}{17}$ cm

해설

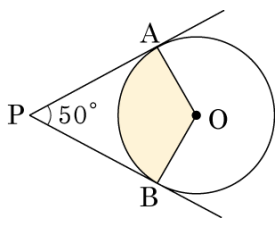
$$\overline{OO'} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17(\text{cm})$$

$$8 \times 15 \times \frac{1}{2} = 17 \times \overline{AM} \times \frac{1}{2},$$

$$\overline{AM} = \frac{120}{17}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = \frac{240}{17}(\text{cm})$$

8. 다음 그림과 같이 점 P에서 반지름의 길이가 18인 원 O에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하고, $\angle APB = 50^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는?



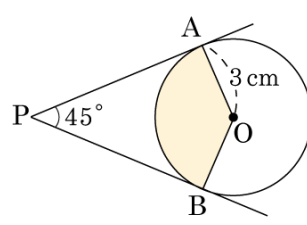
- ① π ② 3π ③ 4π ④ 6π ⑤ 13π

해설

$\angle AOB = 130^\circ$ 이므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 2\pi \times 18 \times \frac{130^\circ}{360^\circ} = 13\pi \text{ 이다.}$$

9. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?

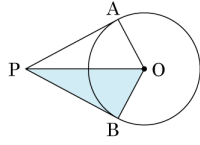


- ① $25\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{39}{4}\pi\text{cm}^2$
④ $42\pi\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{57}{2}\pi\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\angle AOB &= 135^\circ \\ \frac{135^\circ}{360^\circ} \times 9\pi &= \frac{27}{8}\pi(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{OP} = 17\text{cm}$, $\overline{OA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이를 구하여라.



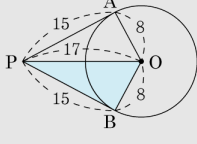
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 60 cm^2

해설

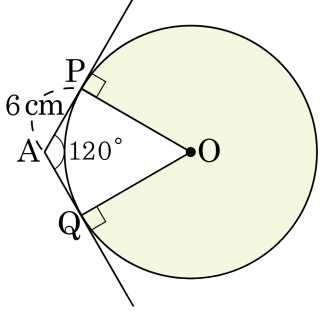
$$\overline{PA} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$$

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{이므로 } \triangle OPB = 15 \times 8 \times \frac{1}{2} = 60(\text{cm}^2)$$



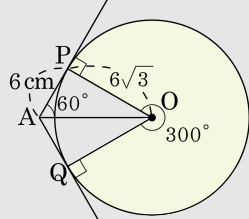
11. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.

$\overline{AP} = 6\text{cm}$, $\angle PAQ = 120^\circ$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하면?



- ① $60\pi\text{cm}^2$ ② $70\pi\text{cm}^2$ ③ $80\pi\text{cm}^2$
④ $90\pi\text{cm}^2$ ⑤ $100\pi\text{cm}^2$

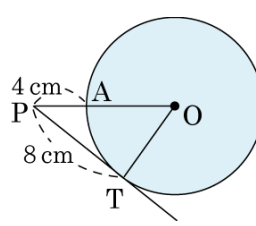
해설



$$\overline{OP} = \sqrt{3} \times \overline{AP} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \pi \times (6\sqrt{3})^2 \times \frac{300^\circ}{360^\circ} = 90\pi(\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?

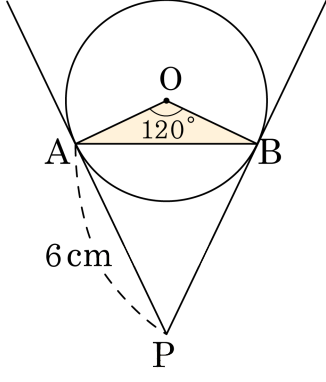


- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r + 4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

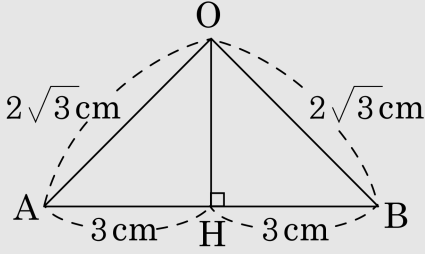
13. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?



- ① 4cm^2 ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ 10cm^2
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle OAP$ 에서 $\angle OPA = 30^\circ$, $\angle AOP = 60^\circ$

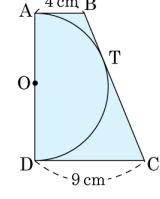
$\overline{AO} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AO} : 6 \quad \therefore \overline{AO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때,

$\overline{OH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (3)^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

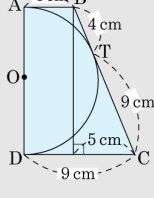
$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, AD 의 길이는?



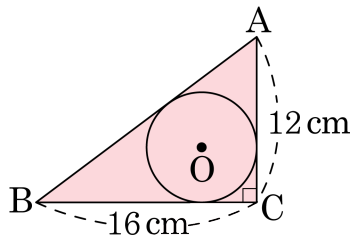
- ① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설



점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.
 $\overline{AB} = \overline{BT}$, $\overline{DC} = \overline{CT}$
 $\overline{CH} = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 13\text{ cm}$
 $\therefore \overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 12\text{ cm}$

15. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



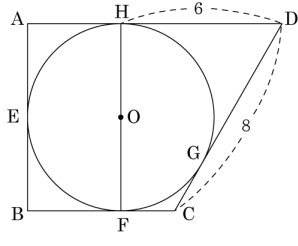
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

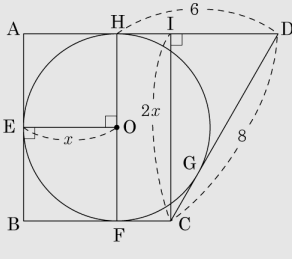
$\overline{AB} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20(\text{cm})$,
반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면 $16 - r + 12 - r = 20$,
 $-2r = -8$
 $\therefore r = 4(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8, \overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

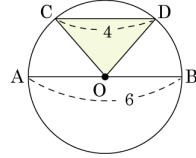


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하자.

$\overline{CI} = 2x, \overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6, \overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$

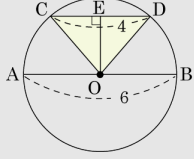
17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

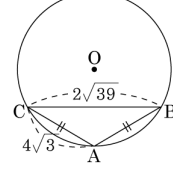
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

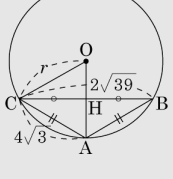
18. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그리 $\overline{OC}$ 의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 교점을 H 라 하면 $\overline{OA}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$$\triangle HCA \text{ 에서 } \overline{HA} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{39}\right)^2} = 3$$

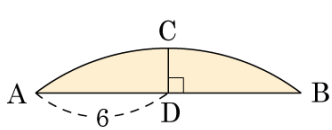
$$\triangle OCH \text{ 에서 } \overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$$

$$r^2 = \left(\sqrt{39}\right)^2 + (r-3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$$

$$6r = 48$$

$$\therefore r = 8$$

19. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

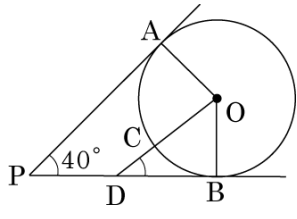
원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{AO^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

20. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다. $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

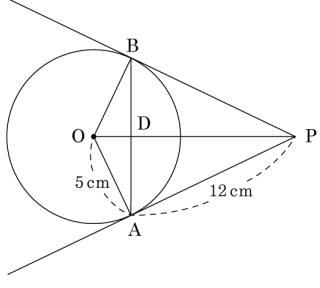
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ$ 이다.

$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

21. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. PA = 12cm 일 때, AB 의 길이는?

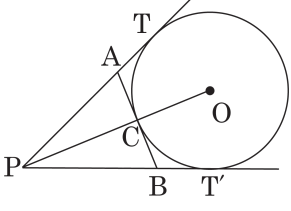


- ① 24cm ② $\frac{192}{2}$ cm ③ $\frac{120}{13}$ cm
 ④ $\frac{124}{5}$ cm ⑤ 25cm

해설

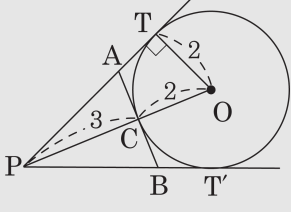
삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.
 또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로
 $\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = \frac{60}{13}\text{cm}$
 따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \frac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

22. 다음 그림에서 원 O는 $\overline{AB}$ 와 점 C에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T'에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



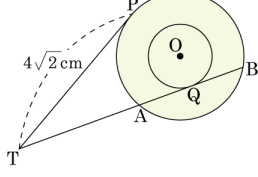
- ① $\frac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$ ② $\sqrt{21}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{21}\text{cm}$
 ④ $\sqrt{29}\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설



$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}$, $\overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로
 $\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$
 $\overline{PT} = \overline{PT'} \quad \therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

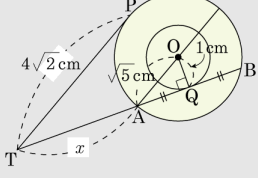
23. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 1 cm , $\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overline{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A,B 라 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ 일 때, $\overline{TB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설



$$\overline{OQ} = 1\text{ cm}, \overline{OA} = \sqrt{5}\text{ cm}, \angle OQA = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{5-1} = 2(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 2(\text{cm})$$

$$\overline{TA} = x \text{ 라 하면}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$$

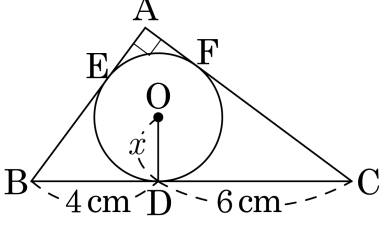
$$(4\sqrt{2})^2 = x \times (x+4)$$

$$x^2 + 4x - 32 = (x+8)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{TB} = 4 + 2 + 2 = 8(\text{cm})$$

24. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?

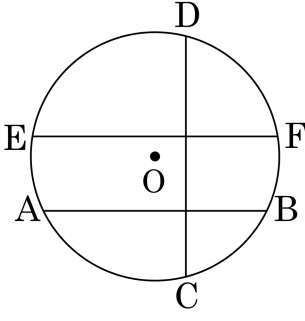


- ① πcm^2 ② $2\pi \text{cm}^2$ ③ $3\pi \text{cm}^2$
 ④ $4\pi \text{cm}^2$ ⑤ $5\pi \text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}$, $\overline{AC} = (6 + x)\text{cm}$ 이다.
 $(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$
 $2x^2 + 20x + 52 = 100$
 $x^2 + 10x - 24 = 0$
 $(x - 2)(x + 12) = 0$
 따라서 $x = 2$ ($x > 0$) 이므로
 원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

25. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현이 그려져 있다. 현 AB 가 원의 중심 O로부터 α cm 만큼 떨어져 있고 현 CD 는 현 AB 보다 β cm 만큼 가깝게 떨어져 있고 현 EF 는 현 CD 보다 $\frac{\beta}{2}$ cm 만큼 가깝게 떨어져 있다. 세 현의 길이가 각각 $2\sqrt{10}$ cm, $2\sqrt{22}$ cm, 10cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

$$\overline{OL} = \alpha, \overline{OM} = \alpha - \beta, \overline{ON} = \alpha - \frac{3}{2}\beta$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle OAL$, $\triangle OCM$, $\triangle OEN$ 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$$r^2 = \alpha^2 + (\sqrt{10})^2 \dots \textcircled{1}$$

$$r^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\sqrt{22})^2 \dots \textcircled{2}$$

$$r^2 = (\alpha - \frac{3}{2}\beta)^2 + 5^2 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 를 하면 } \beta^2 - 2\alpha\beta + 12 = 0 \dots \textcircled{4}$$

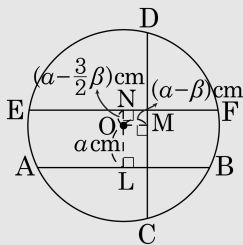
$$\textcircled{3} - \textcircled{2} \text{ 을 하면 } \frac{5}{4}\beta^2 - \alpha\beta + 3 = 0 \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ 에 의하여 } \beta^2 = 4 \therefore \beta = 2 (\because \beta > 0)$$

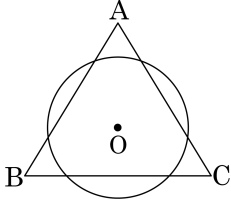
$$\text{이를 } \textcircled{4} \text{ 에 대입하면 } \alpha = 4$$

$$\text{이를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } r^2 = 26$$

$$\therefore r = \sqrt{26} (\because r > 0)$$



26. 다음 그림과 같이 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O에서 삼각형 ABC에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G라 하면 구하고자 하는 값은 $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 의 값과 같다.

그런데 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.

따라서 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 라 하면 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이므로

$$a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}, a^2 = 16$$

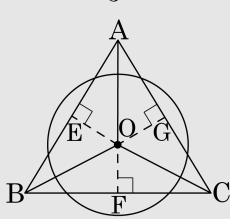
$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

이때 $\overline{OE} = x$ 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC \text{ 이므로}$$

$$x \times 4 \times \frac{1}{2} \times 3 = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은 $2\sqrt{3}$ 이다.

27. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

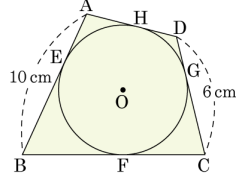
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O 의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

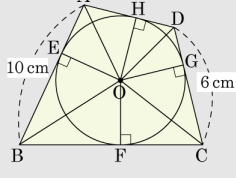


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 64cm²

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

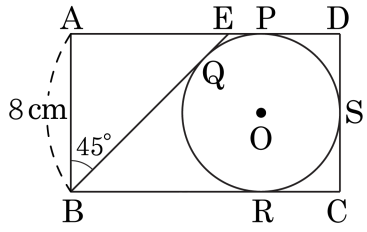
$$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$$

$$= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64(\text{cm}^2)$$

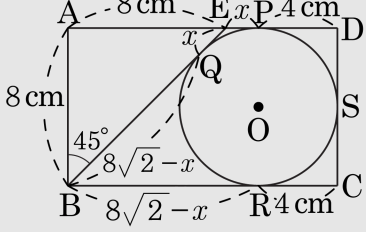
29. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45^\circ$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

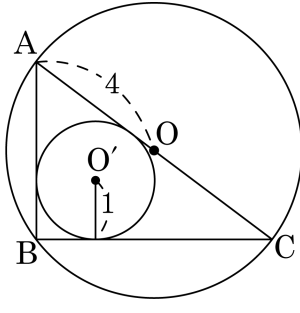
▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45^\circ$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,
 $\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$
 $\overline{AD} = x + 12$,
 $\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서
 $x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \quad \therefore x = (4\sqrt{2} - 4)$
 $\therefore \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
 $(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

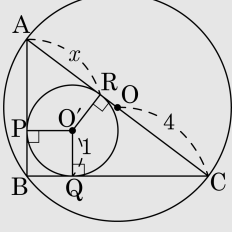
30. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 가 지름인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 원 O' 는 내접원이다. 원 O 와 원 O' 의 반지름의 길이가 각각 4, 1 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답 : 9

해설



원 O' 과 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 의 접점을 각각 P, Q, R 이라 하고

$\overline{AP} = \overline{AR} = x$ 라 하면 $\overline{AB} = x + 1$, $\overline{BC} = 9 - x$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$$8^2 = (x + 1)^2 + (9 - x)^2$$

$$2x^2 - 16x + 18 = 0$$

$$\therefore x = 4 - \sqrt{7} (\because 0 < x < 4)$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 - \sqrt{7} + 1 = 5 - \sqrt{7}, \overline{BC} = 9 - (4 - \sqrt{7}) = 5 + \sqrt{7}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - \sqrt{7}) \times (5 + \sqrt{7}) = 9$$