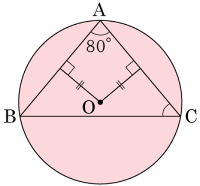
1. 다음 그림에서 $\angle A = 80°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



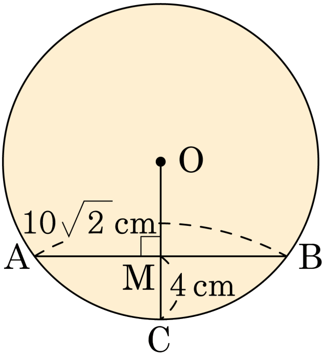
▶ **답 :** $\underline{\quad\quad}$ °

▷ **정답 :** 50 °

해설

원의 중심에서 현까지의 거리가 같으므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 이므로 $\angle C =$
$(180° - 80°) \div 2 = 50°$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{AB} = 10\sqrt{2}$cm , $\overline{MC} = 4$cm 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



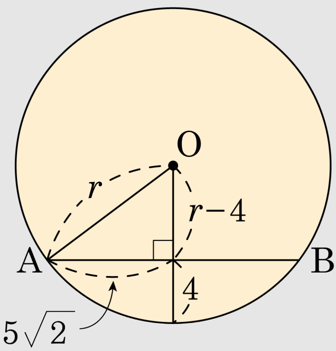
① $\dfrac{33}{4}$cm
② $\dfrac{33}{2}$cm
③ 33cm
④ $\dfrac{33\sqrt{2}}{2}$cm
⑤ $\dfrac{33\sqrt{3}}{2}$cm

해설

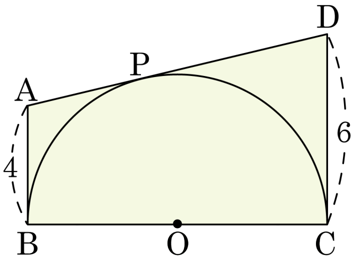
$\overline{OA} = r$cm 이라 하면, $\overline{OM} = (r-4)$ cm 로 둘 수 있다.

$r^2 = (r-4)^2 + \left(5\sqrt{2}\right)^2$, $r^2 = r^2 - 8r + 16 + 50 \quad \therefore r = \dfrac{33}{4}$

따라서 원의 지름은 $\dfrac{33}{4} \times 2 = \dfrac{33}{2}$ (cm) 이다.

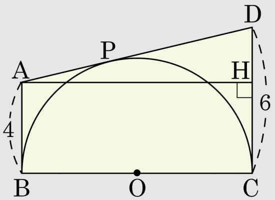


3. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ 6 ⑤ $6\sqrt{3}$

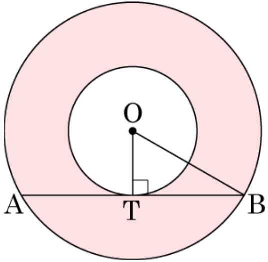
해설



위의 그림에서 $\overline{AP} = 4, \overline{PD} = 6, \overline{DH} = 2$ 이므로 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$

따라서, $\overline{BC} = 4\sqrt{6}$

4. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고 색칠한 부분의 넓이가 $64\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여라. (단, T 는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

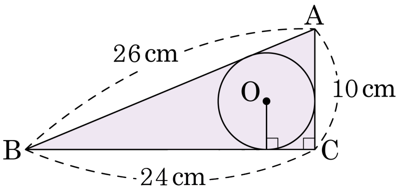
큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r

$R^2\pi - r^2\pi = 64\pi$, $R^2 - r^2 = 64$

$\triangle$OTB 에서 $R^2 - r^2 = \overline{\mathrm{BT}}^2 = 64$ 이므로 $\overline{\mathrm{BT}} = 8\,\mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{BT}} = 16\,\mathrm{cm}$

5. 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB} = 26\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$이고 $\angle C = 90°$인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O의 반지름의 길이는?



① 1cm　② $\frac{3}{2}$cm　③ 2cm　④ $\frac{7}{2}$cm　⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 r라고 하자. □CFOE가 정사각형이므로

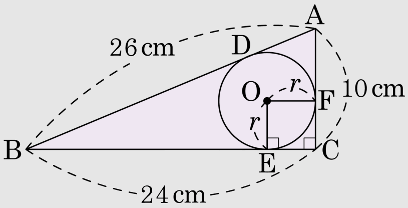
$\overline{CF} = \overline{CE} = r(\text{cm})$

$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r(\text{cm})$

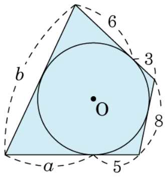
$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(cm)$

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$, $26 = (24 - r) + (10 - r)2r = 8$

$\therefore r = 4(\text{cm})$



6. 다음 그림에서 $b-a$ 의 값은?



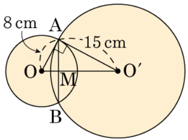
① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$b+8=(6+3)+(a+5)$

$b-a=9+5-8=6$

7. 다음 그림에서 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이는 각각 8cm, 15cm 이고 $\angle OAO' = 90^\circ$ 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\dfrac{240}{17}$ cm

해설

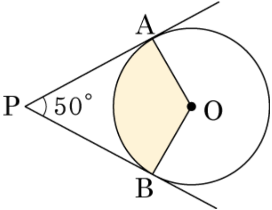
$\overline{OO'} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17(\text{cm})$

$8 \times 15 \times \dfrac{1}{2} = 17 \times \overline{AM} \times \dfrac{1}{2}$,

$\overline{AM} = \dfrac{120}{17}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = \dfrac{240}{17}(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 18 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle APB = 50°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는?



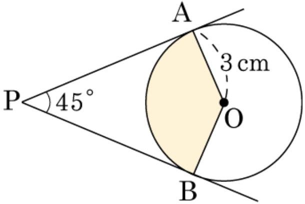
① π　② 3π　③ 4π　④ 6π　⑤ 13π

해설

$\angle AOB = 130°$ 이므로

5.0pt$\overset{\frown}{AB} = 2\pi \times 18 \times \dfrac{130°}{360°} = 13\pi$ 이다.

9. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① $25\pi \mathrm{cm}^2$　　② $\dfrac{27}{8}\pi \mathrm{cm}^2$　　③ $\dfrac{39}{4}\pi \mathrm{cm}^2$

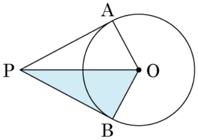
④ $42\pi \mathrm{cm}^2$　　⑤ $\dfrac{57}{2}\pi \mathrm{cm}^2$

해설

$\angle \mathrm{AOB} = 135°$

$\dfrac{135°}{360°} \times 9\pi = \dfrac{27}{8}\pi(\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP}=17\text{cm}$, $\overline{OA}=8\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이를 구하여라.



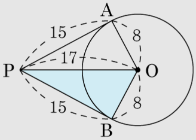
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 60 cm^2

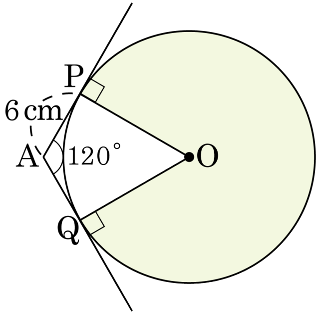
해설

$\overline{PA} = \sqrt{17^2-8^2} = 15(\text{cm})$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle OPB = 15\times 8\times \frac{1}{2} = 60(\text{cm}^2)$



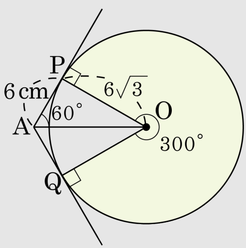
11. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AP}$, $\overrightarrow{AQ}$ 는 원 O 의 접선이고, 점 P, Q 는 원 O 의 접점이다.
$\overline{AP} = 6\text{cm}$, $\angle PAQ = 120°$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하면?



① $60\pi\text{cm}^2$　　② $70\pi\text{cm}^2$　　③ $80\pi\text{cm}^2$

④ $90\pi\text{cm}^2$　　⑤ $100\pi\text{cm}^2$

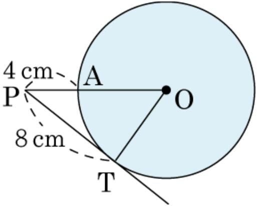
해설



$\overline{OP} = \sqrt{3} \times \overline{AP} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\text{부채꼴의 넓이}) = \pi \times (6\sqrt{3})^2 \times \dfrac{300°}{360°} = 90\pi(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\overline{PT} = 8\,\text{cm}$, $\overline{PA} = 4\,\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $24\pi\,\text{cm}^2$ ② $36\pi\,\text{cm}^2$

③ $49\pi\,\text{cm}^2$ ④ $60\pi\,\text{cm}^2$

⑤ $65\pi\,\text{cm}^2$

해설

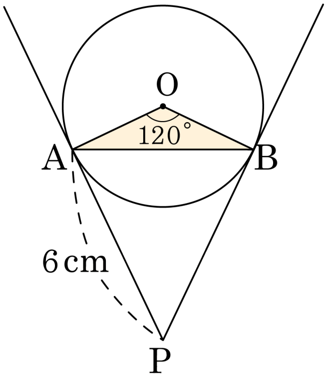
$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여

$(r+4)^2 = 64 + r^2$

$\therefore r = 6$

따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

13. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60°$, $\overline{AP} = 6cm$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?

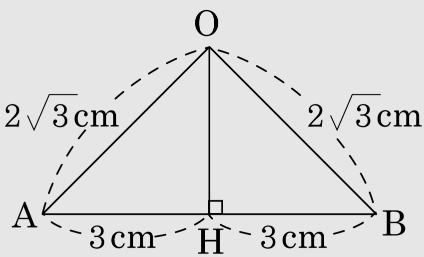


① $4cm^2$　　② $3\sqrt{3}cm^2$　　③ $10cm^2$

④ $12\sqrt{2}cm^2$　　⑤ $12\sqrt{3}cm^2$

해설

$\angle APB = 60°$, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = 6cm$ 이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle OAP$ 에서 $\angle OPA = 30°$, $\angle AOP = 60°$

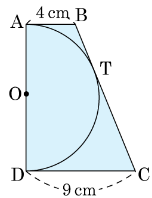
$\overline{AO} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AO} : 6 \quad \therefore \overline{AO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때,

$\overline{OH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (3)^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

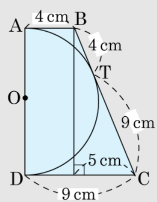
$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

14. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설



점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

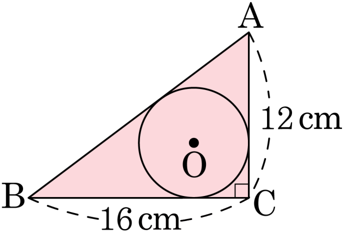
$\overline{AB} = \overline{BT}$, $\overline{DC} = \overline{CT}$

$\overline{CH} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 13\,\text{cm}$

$\therefore \overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 12\,\text{cm}$

15. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

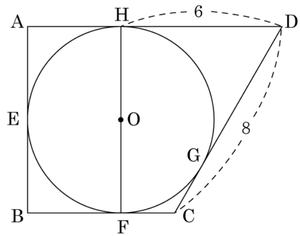
$\overline{AB} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20(\mathrm{cm})$,

반지름의 길이를 $r\mathrm{cm}$라 하면 $16 - r + 12 - r = 20$,

$-2r = -8$

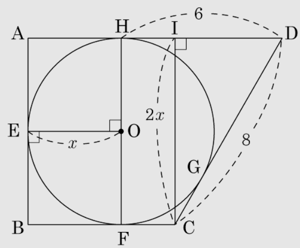
$\therefore r = 4(\mathrm{cm})$

16. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 8, \overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

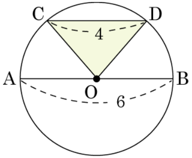


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle$CDI 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2$ $\quad \therefore\ x = 2\sqrt{3}$

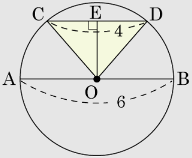
17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

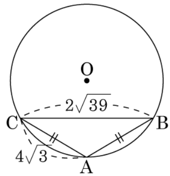
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

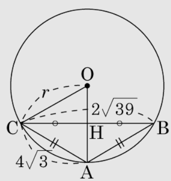
18. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그어 $\overline{OC}$ 의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$ 와$\overline{CB}$ 의 교점을 H 라 하면 $\overline{OA}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$\triangle$HCA 에서 $\overline{HA} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{39}\right)^2} = 3$

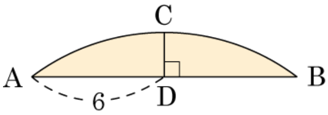
$\triangle$OCH 에서$\overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$

$r^2 = \left(\sqrt{39}\right)^2 + (r-3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$

$6r = 48$

$\therefore r = 8$

19. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

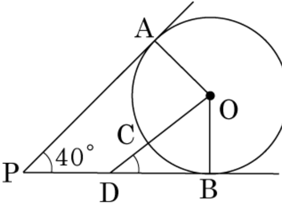
원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

$\triangle$AOD에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

20. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40°$ 이다. $5.0pt\overset{\frown}{AC} : 5.0pt\overset{\frown}{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\qquad)°$ 이다. (　　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

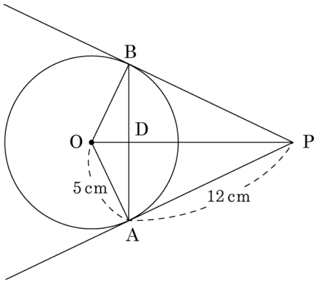
$\angle A = \angle B = 90°$ 이므로 $\angle AOB = 140°$ 이다.

$5.0pt\overset{\frown}{AC} : 5.0pt\overset{\frown}{CB} = 3 : 2$ 이므로

$\angle DOB = 140° \times \dfrac{2}{3+2} = 56°$ 이다.

$\therefore \angle ODB = 90° - 56° = 34°$

21. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{\mathrm{PA}} = 12\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



① 24cm ② $\frac{192}{2}$cm ③ $\frac{120}{13}$cm ④ $\frac{124}{5}$cm ⑤ 25cm

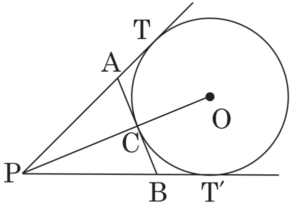
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{\mathrm{PO}} = 13\mathrm{cm}$ 이다.
또한, $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{PO}}$ 이므로

$$\overline{\mathrm{PA}} \times \overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{PO}} \times \overline{\mathrm{AD}} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{\mathrm{AD}} \quad \therefore \overline{\mathrm{AD}} = \frac{60}{13}\mathrm{cm}$$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AD}} = \frac{120}{13}\mathrm{cm}$ 이다.

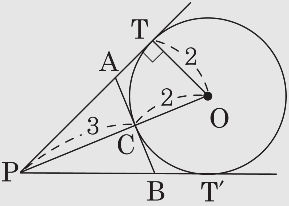
22. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T′ 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$ ② $\sqrt{21}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{21}\text{cm}$

④ $\sqrt{29}\text{cm}$ ⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설

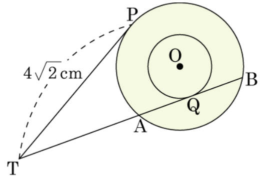


$\triangle$POT 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}, \overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로

$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$

$\overline{PT} = \overline{PT'}$ $\therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

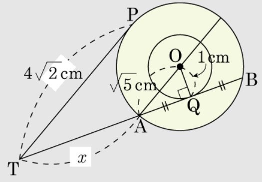
23. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 $1\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{\mathrm{PT}}$ 와 $\overline{\mathrm{QT}}$ 를 긋고 $\overrightarrow{\mathrm{TQ}}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{\mathrm{PT}} = 4\sqrt{2}\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{TB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ________________ cm

▷ **정답 :** 8 cm

해설



$\overline{\mathrm{OQ}} = 1\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{5}\,\mathrm{cm}$, $\angle\mathrm{OQA} = 90°$

$\therefore \overline{\mathrm{AQ}} = \sqrt{5-1} = 2(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{QB}} = \overline{\mathrm{AQ}} = 2(\,\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{TA}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{PT}}^2 = \overline{\mathrm{TA}} \times \overline{\mathrm{TB}}$

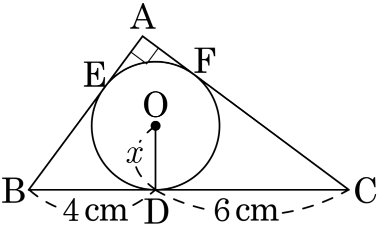
$(4\sqrt{2})^2 = x \times (x+4)$

$x^2 + 4x - 32 = (x+8)(x-4) = 0$

$\therefore x = 4(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{TB}} = 4 + 2 + 2 = 8(\,\mathrm{cm})$

24. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?



① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$

④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi cm^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = 4\text{cm}$, $\overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이므로

$\overline{\text{AB}} = (4+x)\text{cm}$, $\overline{\text{AC}} = (6+x)\text{cm}$ 이다.

$(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$

$2x^2 + 20x + 52 = 100$

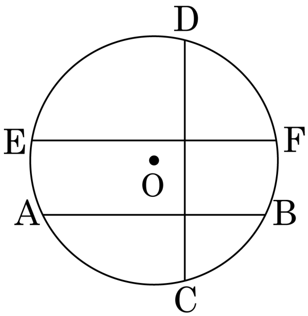
$x^2 + 10x - 24 = 0$

$(x-2)(x+12) = 0$

따라서 $x = 2$ $(x > 0)$ 이므로

원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

25. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현이 그어져 있다. 현 AB 가 원의 중심 O 로부터 αcm 만큼 떨어져 있고 현 CD 는 현 AB 보다 βcm 만큼 가깝게 떨어져 있고 현 EF 는 현 CD 보다 $\frac{\beta}{2}$cm 만큼 가깝게 떨어져 있다. 세 현의 길이가 각각 $2\sqrt{10}$cm, $2\sqrt{22}$cm, 10cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라. (단, $\alpha > 0$, $\beta > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면

$\overline{OL} = \alpha$, $\overline{OM} = \alpha - \beta$, $\overline{ON} = \alpha - \frac{3}{2}\beta$

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 $\triangle$OAL, $\triangle$OCM, $\triangle$OEN 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면

$r^2 = \alpha^2 + (\sqrt{10})^2 \cdots ①$

$r^2 = (\alpha - \beta)^2 + (\sqrt{22})^2 \cdots ②$

$r^2 = (\alpha - \frac{3}{2}\beta)^2 + 5^2 \cdots ③$

② − ①를 하면 $\beta^2 - 2\alpha\beta + 12 = 0 \cdots ④$

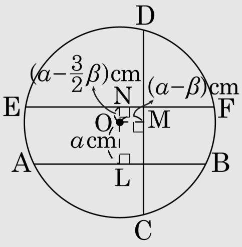
③ − ② 을 하면 $\frac{5}{4}\beta^2 - \alpha\beta + 3 = 0 \cdots ⑤$

④, ⑤에 의하여 $\beta^2 = 4 \therefore \beta = 2 (\because \beta > 0)$

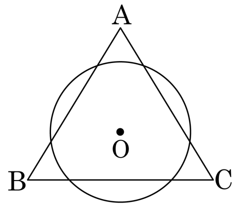
이를 ④에 대입하면 $\alpha = 4$

이를 ①에 대입하면 $r^2 = 26$

$\therefore r = \sqrt{26} (\because r > 0)$



26. 다음 그림과 같이 원 O 는 정삼각형 ABC 의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C 에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC 의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 원의 중심 O 에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 삼각형 ABC 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G 라 하면 구하고자 하는 값은 $\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}$ 의 값과 같다.
그런데 원 O 는 정삼각형 ABC 의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C 에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC 에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.
따라서 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.
정삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 하면 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이므로

$a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3},\ a^2=16$

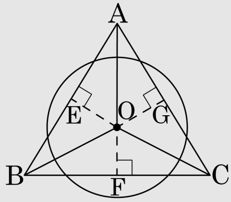
$\therefore\ a=4(\because\ a>0)$

이때 $\overline{OE}=x$ 라 하면

$\triangle ABC=\triangle AOB+\triangle AOC+\triangle BOC$ 이므로

$x\times4\times\frac{1}{2}\times3=4\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은 $2\sqrt{3}$ 이다.

27. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{\mathrm{PA}}=2$, $\overline{\mathrm{PT}}=6$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

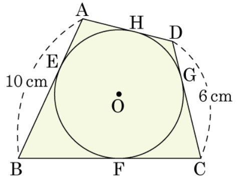
$\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}, 36=2\times\overline{\mathrm{PB}}$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{PB}}=18$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$\overline{\mathrm{BT}}=\sqrt{\overline{\mathrm{PB}}^2-\overline{\mathrm{PT}}^2}=\sqrt{288}=12\sqrt{2}$

따라서 원 O 의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

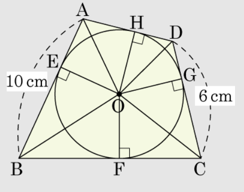


▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $64\ \underline{cm^2}$

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}=16(cm)$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로

(사각형의넓이)

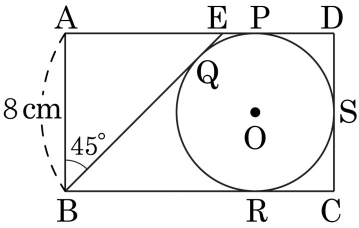
$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$

$= \frac{1}{2}\times\overline{AB}\times r + \frac{1}{2}\times\overline{BC}\times r + \frac{1}{2}\times\overline{CD}\times r + \frac{1}{2}\times\overline{DA}\times r$

$= \frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$= \frac{1}{2}\times 4\times 32 = 64(cm^2)$

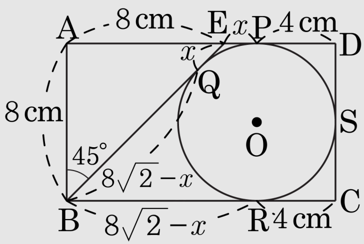
29. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45°$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45°$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,

$\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$

$\overline{AD} = x + 12$,

$\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서

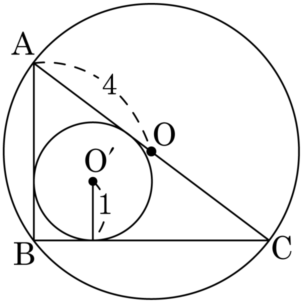
$x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \qquad \therefore\ x = (4\sqrt{2} - 4)$

$\therefore\ \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

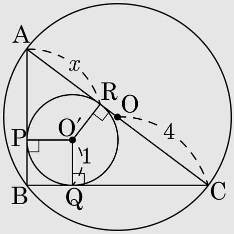
30. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 가 지름인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 원 O′ 는 내접원이다. 원 O 와 원 O′ 의 반지름의 길이가 각각 4, 1 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



원 O′ 과 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA 의 접점을 각각 P, Q, R 이라 하고

$\overline{AP} = \overline{AR} = x$ 라 하면 $\overline{AB} = x + 1$, $\overline{BC} = 9 - x$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$8^2 = (x+1)^2 + (9-x)^2$

$2x^2 - 16x + 18 = 0$

$\therefore x = 4 - \sqrt{7} (\because 0 < x < 4)$

$\therefore \overline{AB} = 4 - \sqrt{7} + 1 = 5 - \sqrt{7}$, $\overline{BC} = 9 - (4 - \sqrt{7}) = 5 + \sqrt{7}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times (5 - \sqrt{7}) \times (5 + \sqrt{7}) = 9$