**1.** 등식 $2x^2-3x-2=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$가 $x$값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

양변에 $x=0$을 대입하면
$-2=2a \quad \therefore\ a=-1$
양변에 $x=1$을 대입하면
$-3=-b \ \therefore\ b=3$
양변에 $x=2$를 대입하면
$0=2c \ \therefore c=0$
$\therefore\ a+b+c=2$

**2.** $2x^2-3x-2=a(x-1)(x+2)+bx(x+2)+cx(x-1)$이 $x$에 대한 항등식이 되도록 $a,\ b,\ c$의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=-1,\ c=2$
② $a=-1,\ b=1,\ c=-2$
③ $a=1,\ b=1,\ c=2$
④ $a=-1,\ b=-1,\ c=-2$
⑤ $a=1,\ b=-1,\ c=-2$

해설

수치대입법을 이용한다.
$x=0$을 대입 $-2=-2a \quad \therefore\ a=1$
$x=1$을 대입 $-3=3b \quad \therefore\ b=-1$
$x=-2$를 대입 $12=6c \quad \therefore\ c=2$

**3.** $f(x)$가 $x$의 다항식일 때 $(x^2-2)(x^4+1)f(x)=x^8+ax^4+b$가 $x$에 대한 항등식이 될 때 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-7$

해설

$(x^2-2)(x^4+1)f(x)=x^8+ax^4+b$에서
$x^2=2$를 대입하면 $0=16+4a+b\cdots$①
$x^4=-1$을 대입하면 $0=1-a+b\cdots$②
①, ②를 연립하여 풀면 $a=-3,\ b=-4$
$\therefore\ a+b=-7$

**4.** 3차 이하의 다항식 $f(x)$에 대하여

$\dfrac{f(x)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x-1} + \dfrac{c}{x-2} + \dfrac{d}{x-3}$가 성립할 때, 다음 중 $d$와 같은 것은? (단, $a,\ b,\ c,\ d$는 실수이다.)

① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $\dfrac{f(2)}{2}$ ④ $\dfrac{f(3)}{6}$ ⑤ $0$

해설

준 식을 정리하면

$f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2)$

$x = 3$일 때,

$f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$

$\therefore\ d = \dfrac{f(3)}{6}$

**5.** 다음 등식이 $k$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, $xy$의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답:

▷ 정답: $-6$

해설

$k$에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$

이것은 $k$에 대한 항등식이므로

$2x+3y+5=0$

$3x-y-9=0$

연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$

$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

**6.** $(m^2-4)x-1=m(3x+1)$를 만족하는 $x$가 없도록 하는 상수 $m$의 값은?

① $-1$ ② $-2$ ③ $-4$ ④ $4$ ⑤ $5$

해설
$(m^2-3m-4)x-1-m=0$의 해가 없으므로
$m^2-3m-4=0$ 이고 $-m-1\neq 0$
$\therefore m=4$

**7.** $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가 $x-y-1\neq 0$인 어떤 $x,\ y$의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4$

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}=k$라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

$x,\ y$에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 $x,\ y$에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

**8.** $x-y=1$을 만족하는 임의의 실수 $x, y$에 대하여 $ax^2+bxy+cy^2-1=0$이 항상 성립할 때, $a+b+c$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$y=x-1$을 준식에 대입하여 $x$에 대한 내림차순으로 정리하면
$(a+b+c)x^2-(b+2c)x+c-1=0$
$x$에 대한 항등식이므로
$a+b+c=0,\ b+2c=0,\ c-1=0$
$\therefore\ a=1,\ b=-2,\ c=1$
$\therefore\ a+b+c=0$

**9.** 다항식 $6x^3-7x^2+17x-3$을 $3x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R$이라 할 때, $Q(1)+R$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$6x^3-7x^2+17x-3=(3x-2)Q(x)+R$
양변에 $x=1$을 대입하면, $13=Q(1)+R$
$\therefore\ Q(1)+R=13$

해설

$6x^3-7x^2+17x-3$를 $3x-2$로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

**10.** $a$, $b$는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$이 $x^2 - x - 1$로 나누어 떨어질 때, $b$의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$ax^3 + bx^2 + 1$

$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$

$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$

$\therefore \quad a = 1,\ b = -2$

**11.** 다항식 $4x^3-2x^2-21x+\frac{45}{2}$ 가 $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수 $r$ 의 값은?

① 1.2 ② 1.5 ③ 1.8 ④ 2.1 ⑤ 2.4

해설

$f(x)=4x^3-2x^2-21x+\frac{45}{2}\cdots$①

$f(x)=(x-r)^2(4x-\alpha)$

$=(x^2-2rx+r^2)(4x-\alpha)$

$=4x^3-(\alpha+8r)x^2+(4r^2+2r\alpha)x-r^2\alpha$

①과 계수비교를 하면

$\alpha+8r=2\cdots$㉠, $4r^2+2r\alpha=-21\cdots$㉡

㉠에서 $\alpha=2-8r$,

㉡에 대입하면

$4r^2+2r(2-8r)=-21$

$12r^2-4r-21=0$ , $(2r-3)(6r+7)=0$

$\therefore\ r=\frac{3}{2}\ \ (\because\ r>0)$

**12.** 다음 식 $(3x^2-x+2)(4x^3-5x^2+x+1)^5$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

① 4 ② $-32$ ③ $-64$ ④ 32 ⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우
$x=1$ 을 대입한다.
$(3-1+2)(4-5+1+1)^5=4\times1=4$

**13.** $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$ 일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$을 대입하면
$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots ㉠$
양변에 $x = 2$를 대입하면
$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \quad \cdots ㉡$
㉠ + ㉡을 하면
$2 = 2\,(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14})$ 이다.
$\therefore\ a_0 + a_2 + \cdots a_{14} = 1$

**14.** $x^4$ 을 $x+\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R_1$ 이라 하자. $R_1$ 을 구하고, 이 때, $Q(x)$ 를 $x-\frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫 $Q_1(x)$ 을 구하면?

① $R_1=\frac{1}{16},\ Q_1(x)=(x-\frac{1}{2})(x^2+\frac{1}{4})$
② $R_1=\frac{1}{16},\ Q_1(x)=(x+\frac{1}{2})(x^2+\frac{1}{4})$
③ $R_1=\frac{1}{16},\ Q_1(x)=(x^2-\frac{1}{4})$
④ $R_1=\frac{1}{16},\ Q_1(x)=x^2+\frac{1}{4}$
⑤ $R_1=\frac{1}{16},\ Q_1(x)=x+\frac{1}{2}$

해설

$x^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)+R_1$

(1) 양변에 $x=-\frac{1}{2}$ 을 대입하면

$\left(-\frac{1}{2}\right)^4=R_1 \quad \therefore\ R_1=\frac{1}{16}$

(2) $x^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)+\frac{1}{16}$ 이므로

$x^4-\frac{1}{16}=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$

$=\left(x+\frac{1}{2}\right)Q_1(x)$

$Q_1(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$

$\therefore$ 구하는 몫은 $x^2+\frac{1}{4}$

**15.** $x$에 대한 다항식 $x^3+kx^2+kx-1$을 $x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $Q_1(x)$, $R_1$, $x+2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $Q_2(x)$, $R_2$라 할 때, $R_1=R_2$를 만족하는 실수 $k$의 값을 구하면?

① $-4$　② $-2$　③ $0$　④ $2$　⑤ $4$

해설

$$\begin{aligned} x^3+kx^2+kx-1 &= (x-2)Q_1(x)+R_1 \\ &= (x+2)Q_2(x)+R_2 \end{aligned}$$

$x=2$ 대입, $R_1=8+4k+2k-1=6k+7$

$x=-2$ 대입, $R_2=-8+4k-2k-1=2k-9$

$R_1=R_2$이므로 $6k+7=2k-9$

$\therefore\ k=-4$

**16.** 삼차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$에 대하여 $f(-1) = f(1) = f(2) = 3$일 때 $f(-2)$의 값은?

① $-5$　　② $-6$　　③ $-7$　　④ $-8$　　⑤ $-9$

**해설**

$f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)+3$

$\therefore\ f(-2) = -9$

**해설**

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$라 하면

i ) $f(-1) = 3$에서 $a - b + c - 1 = 3$

ii ) $f(1) = 3$에서 $a + b + c + 1 = 3$

iii) $f(2) = 3$에서 $4a + 2b + c + 8 = 3$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$a = -2, b = -1, c = 5$

$\therefore\ f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$

$\therefore f(-2) = -8 - 8 + 2 + 5 = -9$

**17.** 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 $x^2-3x+2$로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$
④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x)+ax+b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
∴구하는 나머지는 $-x+3$

**18.** $x$ 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2-3x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x+4$ 이고, $x^2-4x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x+3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3-6x^2+11x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86　　② 88　　③ 90　　④ 92　　⑤ 94

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x)+x+4$

$\cdots f(1)=5, f(2)=6\cdots$ ㉠

$f(x) = (x-1)(x-3)P(x)+2x+3$

$\cdots f(1)=5, f(3)=9\cdots$ ㉡

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x)+R(x)$

$R(x) = ax^2+bx+c\cdots$ ㉢

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$a+b+c=5,\ 4a+2b+c=6,\ 9a+3b+c=9$

세식을 연립하여 풀면, $a=1,\ b=-2,\ c=6$

$R(x)=x^2-2x+6$

$\therefore R(10)=86$

**19.** $x$에 대한 다항식 $f(x)$를 $(x-a)(x+b)$, $(x+b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$로 나눈 나머지가 각각 $x+2$, $-x+4$, $0$일 때, 상수 $a, b, c$의 곱을 구하면?

① 8　② $-8$　③ 12　④ $-12$　⑤ 16

해설

$f(x) = (x-a)(x+b)P(x) + x + 2 \cdots ①$
$= (x+b)(x-c)Q(x) - x + 4 \cdots ②$
$= (x-c)(x-a)R(x) \cdots ③$

나머지 정리에 의해

i ) ① 에서 $f(a) = a + 2$, ③ 에서
$f(a) = 0$
$\Rightarrow a = -2$

ii ) ① 에서 $f(-b) = -b + 2$, ② 에서
$f(-b) = b + 4$
$\Rightarrow b = -1$

iii) ② 에서 $f(c) = -c + 4$, ③ 에서
$f(c) = 0$
$\Rightarrow c = 4$
$\therefore abc = 8$

**20.** $P(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ 일 때 $\{P(x)\}^{2007}$ 을 $P(x^2)$ 으로 나눈 나머지는?

① $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $x - 1$

해설

$P(x^2) = \frac{1}{2}(x^2-1) = \frac{1}{2}(x-1)(x+1)$

$P(x^2)$ 이 이차식이므로 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x) = ax + b$ 라 하면

$\{P(x)\}^{2007} = \frac{1}{2}(x-1)(x+1)Q(x) + ax + b \cdots$ ㉠

$P(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ 에서 $P(1) = 0,\ P(-1) = -1$

㉠에 $x = 1$ 을 대입하면 $a + b = 0$

㉠에 $x = -1$ 을 대입하면 $-a + b = -1$

$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ R(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

**21.** $x^5+x+1$을 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$라고 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x^5+x+1=(x+1)Q(x)+R$
$x=-1$을 양변에 대입하면 $R=-1$
$\therefore\ x^5+x+1=(x+1)Q(x)-1\cdots$㉠
$Q(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 $Q(1)$
㉠에 $x=1$을 대입하면 $3=2Q(1)-1$
$\therefore\ Q(1)=2$

**22.** 다항식 $f(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, $Q_1(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 몫을 $Q_2(x)$라 한다. 이와 같은 과정을 계속할 때, $Q_n(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 몫을 $Q_{n+1}(x)$라 한다. $f(x)$를 $(x-\alpha)^n$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(\alpha)$의 값은?

① 0　　② $\alpha$　　③ $f(\alpha)$

④ $Q_n(\alpha)$　　⑤ $Q_{n+1}(\alpha)$

해설

$f(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 몫을 $Q_1(x)$,
나머지를 $R_1$이라 하면
$f(x)=(x-\alpha)Q_1(x)+R_1$에서
$Q_n(x)$를 $x-\alpha$로 나눈 나머지를 $R_{n+1}$이라 하면

$$\begin{aligned}
f(x) &= (x-\alpha)\{(x-\alpha)Q_2(x)+R_2\}+R_1 \\
&= (x-\alpha)^2Q_2(x)+(x-\alpha)R_2+R_1 \\
&= (x-\alpha)^2\{(x-\alpha)Q_3(x)+R_3\}+(x-\alpha)R_2+R_1 \\
&= (x-\alpha)^3Q_3(x)+(x-\alpha)^2R_3+(x-\alpha)R_2+R_1 \\
&\;\;\vdots \\
&= (x-\alpha)^nQ_n(x)+(x-\alpha)^{n-1}R_n+ \\
&\qquad \cdots\cdots+(x-\alpha)R_2+R_1
\end{aligned}$$

따라서 $f(x)$를 $(x-\alpha)^n$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하면
$R(x)=(x-\alpha)^{n-1}R_n+\cdots+(x-\alpha)R_2+R_1$
$\therefore\ R(\alpha)=R_1=f(\alpha)$

**23.** $x$의 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $\left(x^2-x+3\right)f(x)$를 $x+1$로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$f(-1)=2$
$\left(x^2-x+3\right)f(x)=(x+1)Q(x)+R$
$x=-1$ 대입
$\therefore R=5f(-1)=5\times 2=10$

**24.** 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지가 $4x+3$일 때 $f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?

① $-1$ ② $0$ ③ $3$ ④ $7$ ⑤ $11$

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+4x+3$
$x=2$를 대입하면 $f(2)=11$
$f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 $R$이라 하면
$f(2x)=(x-1)Q'(x)+R$
$x=1$을 대입하면 $f(2)=R$
$\therefore\ R=11$

**25.** 다항식 $(x+2)f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$을 $x-3$으로 나눈 나머지가 $-3$이다. 이때 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $-4x+7$ ② $-4x-3$ ③ $2x+3$
④ $2x-3$ ⑤ $3x-1$

**해설**

나머지정리에 의하여
$(x+2)f(x)$에 $x=1$을 대입하면
$3f(1)=9$이므로 $f(1)=3 \cdots$ ㉠
$(2x-3)f(3x-7)$에 $x=3$을 대입하면
$3f(2)=-3$이므로 $f(2)=-1 \cdots$ ㉡
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$$

이므로 $a=-4,\ b=7$

**26.** 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에서 $f(x)$ 를 $x^2-1$ 로 나눈 나머지가 2 이고 $g(x)$ 를 $x^2-3x+2$ 로 나눈 나머지가 $2x+1$ 이다. $2f(x)+3g(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 13　② $-13$　③ 16　④ $-16$　⑤ 26

해설

$f(x)=(x^2-1)Q_1(x)+2$,
$\therefore\ f(1)=2$
$g(x)=(x^2-3x+2)Q_2(x)+2x+1$,
$\therefore\ g(1)=3$
$2f(x)+3g(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는
$2f(1)+3g(1)=2\cdot2+3\cdot3=13$

**27.** 다항식 $f(x)$를 $x^2-4$로 나누었을 때의 나머지가 $-x+4$이다. 다항식 $f(x+1)$을 $x^2+2x-3$으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x+1$　　② $-x+3$　　③ $x-1$

④ $2x$　　⑤ $2x-3$

해설

$f(x)=(x^2-4)P(x)-x+4$

$\quad\;\;=(x+2)(x-2)P(x)-x+4$

$\therefore\ f(-2)=6,\ f(2)=2$

$f(x+1)=(x^2+2x-3)Q(x)+ax+b$

$\qquad\quad\;=(x+3)(x-1)Q(x)+ax+b$

$x=-3$을 대입하면 $f(-2)=-3a+b=6$

$x=1$을 대입하면 $f(2)=a+b=2$

$\therefore\ a=-1,\ b=3$

따라서 나머지는 $-x+3$

**28.** 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x^2+x+1$ 으로 나누면 나머지가 9, $f(x)-g(x)$ 를 $x^2+x+1$ 로 나누면 나머지가 $-3$ 이다. 이 때, $f(x)$를 $x^2+x+1$로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x)+g(x)=(x^2+x+1)Q_1(x)+9$ $\cdots\cdots$ ㉠

$f(x)-g(x)=(x^2+x+1)Q_2(x)-3$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면

$2f(x)=(x^2+x+1)\left\{Q_1(x)+Q_2(x)\right\}+6$

$$f(x)=(x^2+x+1)\frac{Q_1(x)+Q_2(x)}{2}+3$$

$\therefore$ 나머지는 3

**29.** 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R$이라 할 때, $xf(x)+3$을 $x-1$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x),\ R$
② $Q(x),\ R+3$
③ $xQ(x), R$
④ $xQ(x),\ R+3$
⑤ $xQ(x)+R,\ R+3$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x)+R$

$$\begin{aligned} xf(x)+3 &= (x-1)xQ(x)+Rx+3 \\ &= (x-1)xQ(x)+R(x-1)+R+3 \\ &= (x-1)\{xQ(x)+R\}+R+3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $xQ(x)+R$, 나머지 : $3+R$

**30.** $x$에 대한 다항식 $f(x)$를 $2x-1$로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $-2$이다. 다항식 $xf(x)$를 $x-\frac{1}{2}$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 적은 것은?

① $2xQ(x)-2,\ -1$　　② $2xQ(x)-1,\ -1$
③ $\frac{1}{2}xQ(x)-2,\ 1$　　④ $\frac{1}{2}xQ(x)-1,\ 1$
⑤ $\frac{1}{2}xQ(x)+1,\ 2$

해설

$$f(x)=(2x-1)Q(x)-2$$
$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)2Q(x)-2$$
$$xf(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)2xQ(x)-2x$$
$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)2xQ(x)-2\left(x-\frac{1}{2}\right)-1$$
$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)\{2xQ(x)-2\}-1$$

**31.** 다항식 $f(x)$를 $(x+1)^2$으로 나눈 나머지가 $2x+1$이고, $(x-2)^3$으로 나눈 나머지가 $x^2-x+6$이다. $f(x)$를 $(x+1)(x-2)^2$으로 나눈 나머지는?

① $3x+1$ ② $3x-2$ ③ $3x+2$
④ $x^2-2x+1$ ⑤ $x^2-x+6$

해설

$f(x)=(x+1)^2A(x)+2x+1$에서 $f(-1)=-1$

$f(x)=(x-2)^3B(x)+x^2-x+6$

$\quad=(x-2)^3B(x)+(x-2)^2+3x+2$

$\quad=(x-2)^2\{(x-2)B(x)+1\}+3x+2$

즉 $f(x)$를 $(x-2)^2$으로 나눈 나머지는 $3x+2$

구하는 나머지를 $ax^2+bx+c$라 하면

$f(x)=(x+1)(x-2)^2Q(x)+ax^2+bx+c$

$\quad=(x+1)(x-2)^2Q(x)+a(x-2)^2+3x+2$

$f(-1)=9a-1=-1 \quad \therefore a=0$

$ax^2+bx+c=a(x-2)^2+3x+2$

$\therefore$구하는 나머지는 $3x+2$

**32.** $x$에 대한 다항식 $f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$이고, $x+2$로 나누었을 때의 나머지는 8이다. $f(x)$를 $(x-1)^2(x+2)$로 나누었을 때의 나머지는?

① $x^2-x-2$　② $x^2-x+2$　③ $x^2+x-2$
④ $-x^2+3x$　⑤ $-x^2+3x+2$

해설

$f(x)$를 $(x-1)^2(x+2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지는 $ax^2+bx+c$라 하면
$f(x)=(x-1)^2(x+2)Q(x)+ax^2+bx+c$
$f(x)=(x-1)^2(x+2)Q(x)+a(x-1)^2+(x+1)$
($\because$ $f(x)$를 $(x-1)^2$으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$)
양변에 $x=-2$를 대입하면 $f(-2)=9a+(-2)+1=8$
$\therefore\ a=1$
$ax^2+bx+c=a(x-1)^2+x+1=x^2-x+2$
$\therefore$구하는 나머지는 $x^2-x+2$

**33.** 다항식 $f(x)$를 $\left(x-\frac{2}{3}\right)$로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R$이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$를 $3x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x)$, $R$　② $3Q(x)$, $R$　③ $Q(x)$, $3R$
④ $\frac{1}{3}Q(x)$, $R$　⑤ $Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x)=\left(x-\frac{2}{3}\right)Q(x)+R$$
$$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{3}Q(x)+R$$
$$=(3x-2)\frac{1}{3}Q(x)+R$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: $R$

**34.** $1000^{10}$을 1001로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, $R$라 할 때, 다음 중 나머지 $R$를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x-1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x+1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x-1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x+1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$에서 $1000 = x$라 하면
$x^{10} = (x+1)Q(x) + R$
$x = -1$을 대입하면 $R = 1$을 구할 수 있다.

**35.** 4차의 다항식 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f(1)=\frac{1}{2}$, $f(2)=\frac{2}{3}$, $f(3)=\frac{3}{4}$, $f(4)=\frac{4}{5}$를 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하면?

① 0　　② 1　　③ $\frac{5}{6}$　　④ $\frac{2}{3}$　　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 조건에 따라
$f(n)=\frac{n}{n+1}(n=0,1,2,3,4)$
$(n+1)f(n)-n=0$
$g(x)=(x+1)f(x)-x$로 놓으면
$g(0)=g(1)=g(2)=g(3)=g(4)=0$
그런데 $g(x)$는 다항식이므로 나머지정리에 의해
$x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$를 인수로 갖는다.
또, $f(x)$가 4차식이므로 $g(x)$는 5차식이다.
$\therefore\ g(x)=ax(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(a\neq 0)\cdots$ ㉠
그런데, $g(-1)=1$이므로 ㉠에서
$g(-1)=-(5\times 4\times 3\times 2\times 1)a=1$
$\therefore\ a=-\frac{1}{(5\times 4\times 3\times 2\times 1)}$
$g(x)=(x+1)f(x)-x$
$=-\frac{1}{(5\times 4\times 3\times 2\times 1)}x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
$g(5)=6f(5)-5=-\frac{(5\times 4\times 3\times 2\times 1)}{(5\times 4\times 3\times 2\times 1)}=-1$
$\therefore\ f(5)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

**36.** $x^3$ 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4  ② 6  ③ 8  ④ 10  ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

**37.** $f(x)=x^3-ax^2+bx-2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3$

해설

$f(x)=x^3-ax^2+bx-2$ 라 놓으면,
$f(1)=1-a+b-2=0$
$\therefore\ -a+b=1\cdots$ ㉠
$f(-2)=-8-4a-2b-2=0$
$\therefore\ 2a+b=-5\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a=-2,\ b=-1$

**38.** 다항식 $f(x)=3x^3+ax^2+bx+12$가 $x-2$로 나누어 떨어지고 또, $x-3$으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-5$

해설

$f(x)$ 가 $x-2$ 로 나누어 떨어지려면

$f(2)=24+4a+2b+12=0$

$\therefore\ 4a+2b+36=0\ \cdots\cdots$ ㉠

또, $f(x)$ 가 $x-3$ 으로 나누어 떨어지려면

$f(3)=81+9a+3b+12=0$

$\therefore\ 9a+3b+93=0\ \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-13,\ b=8$