1. 이차방정식 $x^2+5x+2-k=0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$ ② $k > -\frac{17}{4}$ ③ $k = -\frac{17}{4}$
④ $k < -\frac{17}{4}$ ⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$D = 5^2 - 4(2-k) = 25 - 8 + 4k < 0$

$\therefore\ k < -\frac{17}{4}$

2. 이차방정식 $x^2+5x-9=0$ 을 $(x+P)^2=Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P+2Q$ 의 값을 구하면?

① -33 ② -12 ③ -4 ④ 0 ⑤ 33

해설

$x^2+5x-9=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P=\frac{5}{2},\ Q=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P+2Q=\frac{5}{2}+\frac{61}{2}=33$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 -3, 1 일 때, $|a - b|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 5

해설

근의 계수의 관계로 부터

$-a = -3 + 1 = -2 \qquad \therefore\ a = 2$

$b = (-3) \times 1 = -3 \qquad \therefore\ b = -3$

따라서 $|a - b| = |5| = 5$ 이다.

4. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

두 자연수를 x, $x+1$ 이라고 하면

$x^2+(x+1)^2=85$

$2x^2+2x-84=0$

$x^2+x-42=0$

x는 자연수이므로 $x=6$이다.

$\therefore$ 연속하는 두 자연수는 6, 7

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하면 점 $(2,\ 18)$ 을 지난다. q 의 값을 구하면?

① -6 ② -3 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = 3x^2 + q$가 $(2,\ 18)$을 지나므로,

$18 = 3 \times 2^2 + q$

$18 = 12 + q$

$\therefore\ q = 6$

6. 세 점 $(-1, 3), (0, 1), (1, 4)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $\left(-\frac{1}{10},\ \frac{39}{40}\right)$ ② $\left(-\frac{1}{20},\ \frac{39}{40}\right)$ ③ $\left(-\frac{1}{30},\ \frac{39}{40}\right)$
④ $\left(-\frac{1}{40},\ \frac{39}{40}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{50},\ \frac{39}{40}\right)$

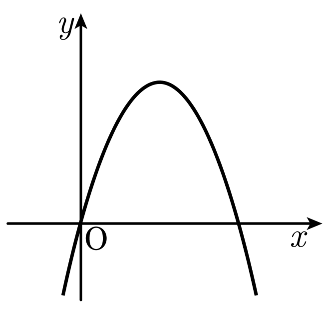
해설

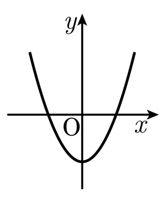
$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $(0, 1)$ 을 대입하면
$y = ax^2 + bx + 1$
$(-1, 3)$ 을 대입하면
$a - b + 1 = 3 \cdots$ ㉠
또, $(1, 4)$ 를 대입하면
$a + b + 1 = 4 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{5}{2}$, $b = \frac{1}{2}$

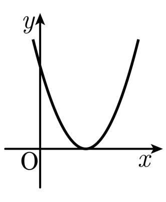
$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x^2 + \frac{1}{5}x\right) + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 - \frac{1}{40} + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{39}{40} \end{aligned}$$

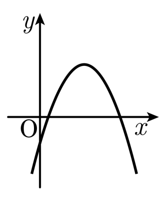
따라서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{1}{10},\ \frac{39}{40}\right)$

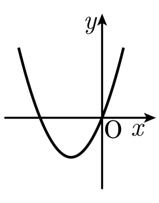
7. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?

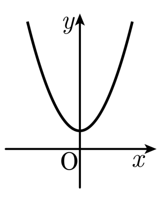


①


②


③


④


⑤


해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

8. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+8x+12=0 \rightarrow (x+6)(x+2)=0$

$\therefore x=-6, \ -2$

$2x^2+9x-18=0 \rightarrow (x+6)(2x-3)=0$

$\therefore x=-6, \ \frac{3}{2}$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x=-6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2+4mx-12m=0$ 도 근으로 -6 을 가지므로 $x=-6$ 을 대입하면

$2\times(-6)^2+4\times(-6)m-12m=0$

$36m=72$

$\therefore m=2$

9. $y=-3x^2+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

$y=-3x^2+1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y=-3(x-3)^2+12=-3x^2+18x-15$ 이므로

x 절편은 1과 5 , y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의넓이) $=\frac{1}{2}\times 4\times 15=30$

10. 5 보다 큰 실수 a 가 $a(10-a)+\frac{1}{a}+\frac{1}{10-a}=7$ 을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $5+\sqrt{23}$

▷ 정답 : $5+2\sqrt{5}$

해설

$10-a=b$ 라 하면 $a+b=10$ 이므로

$ab+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=7$

$ab+\frac{a+b}{ab}=ab+\frac{10}{ab}=7$

양변에 ab 를 곱하면

$(ab)^2-7ab+10=0$

$(ab-2)(ab-5)=0$

$\therefore\ ab=2$ 또는 $ab=5$

i) $ab=2$ 일 때 $a+b=10$,

$ab=2$ 에서 $a,\ b$ 는 $m^2-10m+2=0$ 의 두 근이다.

$\therefore\ m=5\pm\sqrt{23}$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a=5+\sqrt{23}$ 이다.

ii) $ab=5$ 일 때 $a+b=10$,

$ab=5$ 에서 $a,\ b$ 는 $n^2-10n+5=0$ 의 두 근이다.

$\therefore\ n=5\pm2\sqrt{5}$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a=5+2\sqrt{5}$ 이다.

따라서 i), ii) 에 의하여 $a=5+\sqrt{23}$ 또는 $a=5+2\sqrt{5}$ 이다.