

1. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

2. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

① -33

② -12

③ -4

④ 0

⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1$ 일 때, $|a - b|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

근의 계수의 관계로 부터

$$-a = -3 + 1 = -2 \quad \therefore a = 2$$

$$b = (-3) \times 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서 $|a - b| = |5| = 5$ 이다.

4. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는?

① 8

② 7

③ 6

④ 5

⑤ 4

해설

두 자연수를 x , $x + 1$ 이라고 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 85$$

$$2x^2 + 2x - 84 = 0$$

$$x^2 + x - 42 = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

$\therefore$ 연속하는 두 자연수는 6, 7

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 하면 점 $(2, 18)$ 을 지난다. q 의 값을 구하면?

① -6

② -3

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$y = 3x^2 + q$ 가 $(2, 18)$ 을 지나므로,

$$18 = 3 \times 2^2 + q$$

$$18 = 12 + q$$

$$\therefore q = 6$$

6. 세 점 $(-1, 3), (0, 1), (1, 4)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

㉠ $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

㉡ $\left(-\frac{1}{20}, \frac{39}{40}\right)$

㉢ $\left(-\frac{1}{30}, \frac{39}{40}\right)$

㉣ $\left(-\frac{1}{40}, \frac{39}{40}\right)$

㉤ $\left(-\frac{1}{50}, \frac{39}{40}\right)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $(0, 1)$ 을 대입하면

$$y = ax^2 + bx + 1$$

$(-1, 3)$ 을 대입하면

$$a - b + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $(1, 4)$ 를 대입하면

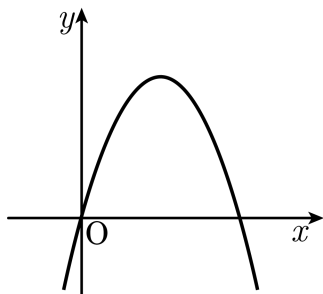
$$a + b + 1 = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{5}{2}, b = \frac{1}{2}$

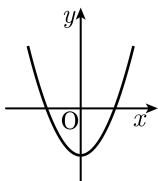
$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x^2 + \frac{1}{5}x\right) + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 - \frac{1}{40} + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{39}{40} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

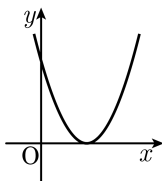
7. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



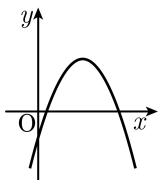
①



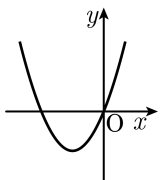
②



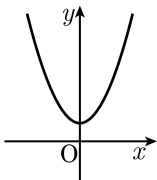
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

8. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

9. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16

② 20

③ 26

④ 30

⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15 \text{ 이므로}$$

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$$\therefore (\text{삼각형의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$$

10. 5 보다 큰 실수 a 가 $a(10-a) + \frac{1}{a} + \frac{1}{10-a} = 7$ 을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $5 + \sqrt{23}$

▷ 정답 : $5 + 2\sqrt{5}$

해설

$10 - a = b$ 라 하면 $a + b = 10$ 이므로

$$ab + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 7$$

$$ab + \frac{a+b}{ab} = ab + \frac{10}{ab} = 7$$

양변에 ab 를 곱하면

$$(ab)^2 - 7ab + 10 = 0$$

$$(ab - 2)(ab - 5) = 0$$

$$\therefore ab = 2 \text{ 또는 } ab = 5$$

i) $ab = 2$ 일 때 $a + b = 10$,

$ab = 2$ 에서 a, b 는 $m^2 - 10m + 2 = 0$ 의 두 근이다.

$$\therefore m = 5 \pm \sqrt{23}$$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a = 5 + \sqrt{23}$ 이다.

ii) $ab = 5$ 일 때 $a + b = 10$,

$ab = 5$ 에서 a, b 는 $n^2 - 10n + 5 = 0$ 의 두 근이다.

$$\therefore n = 5 \pm 2\sqrt{5}$$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 이다.

따라서 i), ii) 에 의하여 $a = 5 + \sqrt{23}$ 또는 $a = 5 + 2\sqrt{5}$ 이다.