

1. 다음 x, y 의 다항식 P, Q 에 대해 $P + Q$ 를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$P = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$
$$Q = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 4

▷ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면
 $P + Q = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$
항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

∴ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

3. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

4. 다항식 $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15일 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

5. 등식 $3x + 4 = a(x - 1) + b(x + 1) + 3$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 0$ ② $a = -1, b = 2$ ③ $a = 1, b = -2$
④ $a = 0, b = 2$ ⑤ $a = 1, b = 2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$$a + b = 3, \quad -a + b + 3 = 4$$

연립하여 풀면 $a = 1, b = 2$

6. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 실수 a, b, c 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

7. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

8. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$ 을 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여 항상 $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t$ 라 하면
 $x = 2t - 1, y = 3t + 1$
이것을 $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면
 $a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$
 $(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$
이 식이 모든 실수 t 에 대하여 성립해야 하므로
 $2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면
 $a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$

해설

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC$ 성질 이용
 $3x + 3 = 2y - 2$
 $3x - 2y + 5 = 0$ 은 $ax + by + 5 = 0$
 $\therefore a = 3, b = -2$

9. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

10. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\&= (x-1)(x^2-1) \\&= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
 $f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

11. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

- ① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$
③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$
⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x^2 \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

12. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x - 3)\square$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

- ① $(x + 2)^2$
- ② $(x - 2)^2$
- ③ $(x + 1)^2$
- ④ $(x - 3)^2$
- ⑤ $(x + 3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x - 3)(x + 2)^2$

$\therefore \square = (x + 2)^2$

13. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

14. $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $2x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10

② 12

③ 15

④ 17

⑤ 20

해설

$$x - 3 = 2, y - 2 = 5$$

$$\therefore x = 5, y = 7$$

$$\therefore 2x + y = 17$$

15. 다음 계산 중 틀린 것은?

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm 4i$

해설

① $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

② $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$
 $= -i + 1 + i - 1$
 $= 0$

③ $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④ $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤ -16 의 제곱근은 $\pm\sqrt{-16} = \pm 4i$

16. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} i^2 &= -1, \quad i^3 = i^2 \times i = -i, \quad i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1, \\ i^5 &= i^4 \times i = i \\ i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i \end{aligned}$$

17. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$

주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로

$x^2 + y^2 = 4$

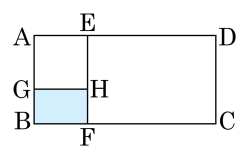
18. 복소수 $z = a + bi$ 일 때, z 의 켤레 복소수 $\bar{z} = a - bi$ 로 나타낸다. 다음 중 옳지 않은 것은? (단, a, b 는 실수)

- ① $\overline{2+i} = 2-i$
- ② $\overline{-2-\sqrt{3}i} = -2+\sqrt{3}i$
- ③ $\overline{i-1} = i+1$
- ④ $\overline{0} = 0$
- ⑤ $\overline{-2} = -2$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호를 바꾼다.
③ $i-1$ 의 허수부분은 i 이므로 $\overline{i-1} = -i-1$ 이다.
실수의 켤레복소수는 자기 자신이므로 ④, ⑤는 옳다.

19. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned}\square\text{GBFH} &= \square\text{ABCD} - \square\text{AGHE} - \square\text{EFCD} \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

20. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

- ① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

21. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

22. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

23. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
㉡ (생략)
㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

24. 복소수 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수 z 를 구하면?

① $z=2-3i$

② $z=4-3i$

③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$

⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$$

$$\therefore a=6, b=-3$$

$$\therefore z=6-3i$$

25. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$