

1. $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ 이고 $\log_{a^3b} ab^3 = 9$ 일 때, $\log_a b$ 의 값은?

- ① $\frac{13}{3}$ ② $\frac{14}{3}$ ③ -3 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\log_{a^3b} ab^3 = \frac{\log ab^3}{\log a^3b} = \frac{\log a + 3\log b}{3\log a + \log b} = 9 \text{에서}$$

$$\log a + 3\log b = 27\log a + 9\log b$$

$$-26\log a = 6\log b$$

$$-\frac{26}{6} = \frac{\log b}{\log a}$$

$$\therefore \log_a b = -\frac{13}{3}$$

2. 수열 $\log_{10}(n+2)$ 의 제 98 항은?

① $\log_2 10$

② $\log_2 100$

③ 10

④ 1

⑤ 2

해설

$$a_n = \log_{10}(n+2) \text{ 이므로}$$

$$a_{98} = \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2$$

따라서 , 제 98 항은 2 이다.

3. $\log(x-1)(x-2) = \log(x-1) + \log(x-2)$ 일 때, $|x-1| + |x-2|$ 를 간단히 하면?

① 3

② $2x$

③ $2-3x$ 또는 $3x-2$

④ $3-2x$

⑤ $2x-3$

해설

$x-1 > 0, x-2 > 0$ 이므로

$$|x-1| + |x-2| = x-1 + x-2 = 2x-3$$

4. $\log_{10} 5 = a$, $\log_{10} 7 = b$ 라 할 때, 다음 중 $pa + qb + r$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은? (단, p, q, r 은 유리수)

① $\log_{10} 20$

② $\log_{10} 3.5$

③ $\log_{10} 75$

④ $\log_{10} \sqrt{14}$

⑤ 1

해설

$$\log_{10} 75 = \log_{10} 25 \times 3 = \log_{10} 5^2 + \log_{10} 3$$

$$= 2 \cdot a + 0 \cdot b + \log_{10} 3$$

$\log_{10} 3$ 은 유리수가 아니므로

$\log_{10} 75$ 는 $pa + qb + r$ (p, q, r 은 유리수)의 꼴로 나타낼 수 없다.

5. $\log 80$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8$ 에서

$0 < \log 8 < 1$ 이므로

$\log 80$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.

즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로

$10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$

6. 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) = \log_2 \sqrt{x}$ 라 하자. $f(\sqrt{a}) = p$, $f(\sqrt{b}) = q$ 일 때, $f(ab)$ 의 값을 p, q 로 나타내면?

① $2(p+q)$

② $2p$

③ $2q$

④ $2(p-q)$

⑤ $-2p-2q$

해설

$$f(x) = \log_2 \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_2 x \text{ 이므로}$$

$$f(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \log_2 a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \log_2 a = p$$

$$f(\sqrt{b}) = \frac{1}{2} \log_2 b^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \log_2 b = q$$

$$\therefore f(ab) = \log_2 \sqrt{ab} = \log_2 \sqrt{a} + \log_2 \sqrt{b}$$

$$= \frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 b = 2(p+q)$$

7. 다음 <보기> 중 $\log A$ 와 소수 부분이 항상 같은 것으로 묶어 놓은 것은? (단, 로그는 상용로그)

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $10 \log A$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $(\log A) - 10$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $10 - \log A$
- $\textcircled{\text{㉣}}$ $\log \frac{A}{10}$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $\log 10A$

- $\textcircled{\text{1}}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{2}}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{3}}$ $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$
- $\textcircled{\text{4}}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$
- $\textcircled{\text{5}}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

소수 부분이 같으려면
진수의 숫자의 배열이 같아야하므로
 $\textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉤}}$

8. $\log x$ 의 정수 부분은 3이고, $\log x$, $\log \sqrt[3]{x}$ 의 소수 부분의 합은 1이라고 한다. $\log \sqrt{x}$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 α 라 할 때 $n+8\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\log x = 3 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3} \log x = 1 + \frac{\beta}{3}$$

$$\therefore \beta + \frac{\beta}{3} = 1$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{4}$$

$$\log \sqrt{x} = \frac{1}{2}(3 + \alpha) = \frac{3}{2} + \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{4}$$

$$n = 2, \alpha = \frac{1}{4}$$

$$n + 8\alpha = 2 + 2 = 4$$

9. 세 수 $A = 3^{\log_3 9 - \log_3 3}$, $B = \log_3 5 + \log_3 4$, $C = \log_4 2 + \log_3 3$ 의
대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

해설

$$\begin{aligned} A &= 3^{\log_3 9 - \log_3 3} = 3^{2-1} = 3 \\ B &= \log_3 5 + \log_3 4 = \log_3 20 \\ \text{이때, } \log_3 9 &< \log_3 20 < \log_3 27 \text{ 이므로 } 2 < \log_3 20 < 3 \\ C &= \log_4 2 + \log_3 3 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \\ \therefore C &< B < A \end{aligned}$$

10. 한 자리의 자연수 a, b 가 다음 두 조건을 만족할 때, $2a + b$ 의 값을 구하여라.

- (가) 두 수 a, b 의 평균은 3이다.
(나) $\log b$ 의 소수 부분은 $\log a$ 의 소수 부분의 2배이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

a, b 가 한 자리의 자연수이므로 $\log a, \log b$ 의 정수 부분은 0이다.

$\log a = \alpha (0 \leq \alpha < 1), \log b = \beta (0 \leq \beta < 1)$ 라 하자.

(가)에서 $\frac{a+b}{2} = 3, a+b = 6 \cdots \textcircled{㉠}$

(나)에서 $\beta = 2\alpha$ 이므로

$\log b = 2\log a = \log a^2 \therefore b = a^2 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a+3)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 2$$

그런데 a 는 자연수이므로 $a = 2$ 이다.

$$a = 2 \text{를 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } b = 2^2 = 4$$

$$\therefore 2a + b = 2 \cdot 2 + 4 = 8$$