

1. 식 $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{48} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{48} \times \sqrt[3]{8} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 8$$

2. $\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8}}}$ 을 2^k 꼴로 나타낼 때 k 는?

① $\frac{11}{12}$

② $\frac{11}{24}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{23}{24}$

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}& \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8}}} \\&= \left\{ 2 \times \left(4 \times 8^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\&= \left\{ 2 \times \left(2^2 \times 2^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\&= \left\{ 2 \times \left(2^{\frac{11}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\&= \left(2 \times 2^{\frac{11}{12}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{23}{12}} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{23}{24}} \\&\therefore k = \frac{23}{24}\end{aligned}$$

3. $(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}} \div a^3 \times (\sqrt[3]{a})^6 = a^k$ 일 때, k 의 값을 구하여라. (단. $a > 0, a \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(a^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}} \div a^3 \times (\sqrt[3]{a})^6 = a^6 \div a^3 \times a^2 = a^5 \text{ 이므로}$$
$$k = 5$$

4. $x = 2$ 일 때, $(x^x)^{x^x}$ 는?

① 16

② 64

③ 256

④ 1024

⑤ 65536

해설

$$(2^2)^{2^2} = (2^2)^4 = 2^{16}$$

$2^{10} = 1024$, $2^6 = 64$ 이므로

$$\therefore 2^{16} = 1024 \times 64 = 65536$$

5. $a = 5 \times 729^x$ 일 때, 27^x 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $\left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{4}}$

② $\left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

③ $\left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$

④ $\left(\frac{a}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

⑤ $\left(\frac{a}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

해설

$$a = 5 \times 729^x = 5 \times (3^6)^x = 5 \times 3^{6x}$$

$$\frac{a}{5} = 3^{6x} = (3^{3x})^2$$

$$\therefore 3^{3x} = \left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore 27^x = 3^{3x} = \left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

6. 다음 중 세 수 $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[6]{30}$ 을 작은 수부터 차례로 나열한 것은?

① $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[6]{30}$

② $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[6]{30}$

③ $\sqrt[6]{30}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$

④ $\sqrt[6]{30}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[3]{6}$

⑤ $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[6]{30}$, $\sqrt[3]{6}$

해설

거듭제곱의 성질을 이용하여 $\sqrt[12]{N}$ 의 꼴로 나타내면

$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{6^4}$$

$$\sqrt[4]{10} = \sqrt[12]{10^3}$$

$$\sqrt[6]{30} = \sqrt[12]{30^2}$$

그런데

$$\frac{6^4}{10^3} = \frac{(2 \times 3)^4}{(2 \times 5)^3} = \frac{2 \times 3^4}{5^3} > 1,$$

$$\frac{10^3}{30^2} = \frac{10}{9} > 1 \text{ 이므로}$$

$$6^4 > 10^3 > 30^2$$

따라서 작은 수부터 나열하면

$$\sqrt[6]{30}, \sqrt[4]{10}, \sqrt[3]{6}$$

7. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \frac{5}{2}$ 일 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값은? (단, $a > 1$)

① $\frac{15}{4}$

② 5

③ $\frac{15}{2}$

④ 15

⑤ 1

해설

곱셈 공식의 변형 $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$ 에 의하여

$$\left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 - 4 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} (\because a > 1)$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right) \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

8. $a^{2x} = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $2\sqrt{2} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 2$

해설

$$a^{-2x} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1$$

주어진 식의 분모, 분자에 a^x 을 곱하면,

$$\begin{aligned}\frac{a^{4x} + a^{-2x}}{a^{2x} + 1} &= \frac{(\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1) + 1} \\ &= \frac{3 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - 1\end{aligned}$$

9. 3의 세제곱근 중 실수인 것을 a , 9의 세제곱근 중에 실수인 것을 b 라 할 때, ab 의 값은?

① $\sqrt[3]{3}$

② $\sqrt{3}$

③ 3

④ $\sqrt[3]{9}$

⑤ 9

해설

3의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{3}$

이므로 $a = \sqrt[3]{3}$

9의 세제곱근 중에 실수인 것은 $\sqrt[3]{9}$

따라서, 구하는 값은

$$ab = \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

10. $A = \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$ 에 대하여 $[2A]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}
 \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} &= \sqrt{\sqrt{7+2\sqrt{12}}} \\
 &= \sqrt{2+\sqrt{3}} \\
 &= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}
 \end{aligned}$$

같은 방법으로

$$\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$A = \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$\therefore 2A = \sqrt{24}$$

그런데 $4 < 2A < 5$ 이므로

$$[2A] = 4$$