

1. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 1 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\&= 2(x + 1)^2 - 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이므로 $a = b = -1$

y절편이 c 이므로

$$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$$

$$\therefore c = 1$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

2. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(3, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 $(3, a)$ 를 대입하면

$$a = 2 \times 3^2 - 3,$$

$$\therefore a = 15$$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3} \end{aligned}$$

따라서 y 절편은 $-\frac{13}{3}$

4. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 0$

③ $f(1) = 2$

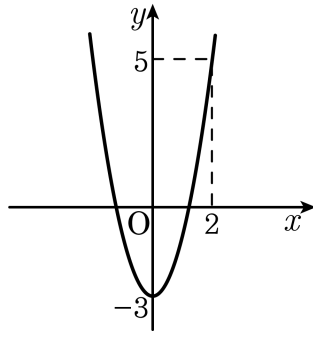
④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

② $f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$

5. 이차함수 $y = ax^2 - 3$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 그래프 위의 점은? (단, a 는 상수)



- ① (1, -2) ② $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ③ (-1, 1)
 ④ (-2, -5) ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$

해설

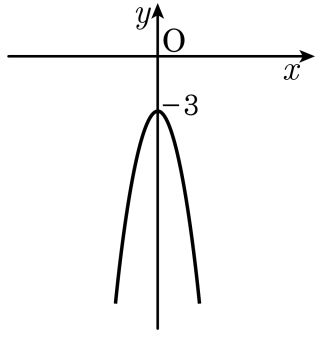
점 (2, 5) 를 지나므로 $x = 2, y = 5$ 를 대입하면

$$5 = 4a - 3, 4a = 8, a = 2 \quad \therefore y = 2x^2 - 3$$

⑤ $x = -\frac{1}{3}$ 일 때, 함숫값 $y = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 = -\frac{25}{9}$ 이다.

따라서 점 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{25}{9}\right)$ 를 지난다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 -3 만큼 평행 이동한 것이다. 이 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지난다고 할 때, 상수 m 의 값은?



- ① -7 ② -8 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

해설

$y = -2x^2 - 3$ 이 점 $(2, m)$ 을 지나므로
 $m = -2(2)^2 - 3 = -11$ 이다.

7. 이차함수 $y = 2(x + 4)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 + 8x + 5$

② $y = -2x^2 - 4x - 11$

③ $y = x^2 + 4x + 1$

④ $y = 2x^2 - 8x + 5$

⑤ $y = 2x^2 - 8x + 3$

해설

$$y = 2(x + 4 - 2)^2 + 2 - 5$$

$$y = 2(x + 2)^2 - 3$$

$$\therefore y = 2x^2 + 8x + 5$$

8. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

9. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

② $y = 3x^2$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

10. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6ax + 4 \\ &= 3(x^2 + 2ax) + 4 \\ &= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

11. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.
 $\therefore a \neq 2$

12. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ 에서 $f(a) = 0$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

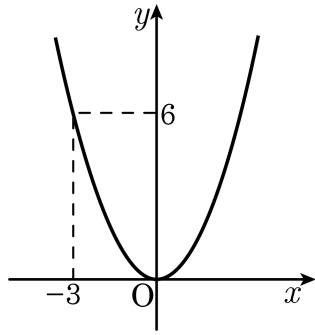
$f(a) = 0$ 이므로

$$3a^2 - 2a - 1 = 0, \quad (3a + 1)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a = 1$$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 1$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

14. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

㉠ $y = 3x^2 - 1$	㉡ $y = -x^2 - 2$
㉢ $y = -\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$
㉤ $y = -5x^2 + \frac{1}{3}$	㉥ $y = 5x^2$

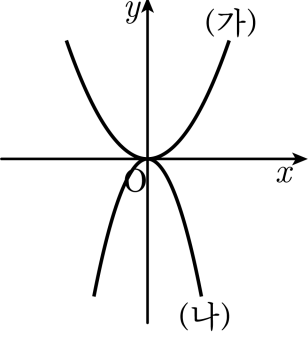
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 적당한 것은?



- ①

$y = -2ax^2$
- ②

$y = -ax^2$
- ③

$y = 2ax^2$
- ④

$y = -\frac{1}{2}ax^2$
- ⑤

$y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$y = bx^2, b < 0$
 $|b| > |a|$

16. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x > 3$

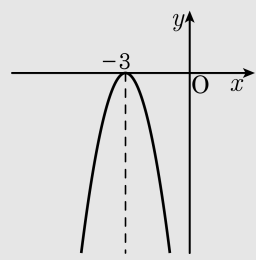
③ $x < -3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동시켰더니 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 되었다. 이 때, apq 의 값은?

① 6 ② -6 ③ 8 ④ 9 ⑤ -9

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$y = -\frac{1}{2}x^2$$

x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 + 6$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, p = -3, q = 6$$

$$\therefore apq = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-3) \times 6 = 9$$

18. 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

- ① $y = -3x^2 + 5$ ② $y = 3x^2 - 5$ ③ $y = -3x^2 - 5$
④ $y = 3x^2$ ⑤ $y = 3x^2 + 10$

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

20. 이차함수 $y = -3x^2 + x - 3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?
- ① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 2, 3 사분면

③ 제 2, 3 사분면

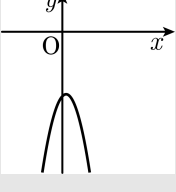
④ 제 1, 3, 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

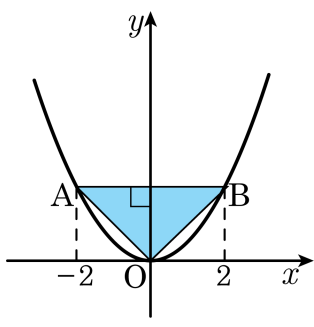
해설

$$y = -3x^2 + x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) - 3$$
$$= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{35}{12}$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.
그러 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



21. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

22. 이차함수 $y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

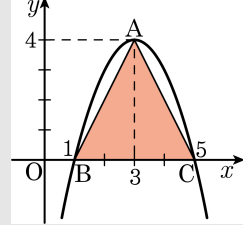
해설

$y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

$$\begin{aligned} y &= -(x-3)^2 + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 9) + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 5) \\ &= -(x-1)(x-5) \end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

$$\therefore \triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



23. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

25. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2, 16 = (k+1)^2, k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

26. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

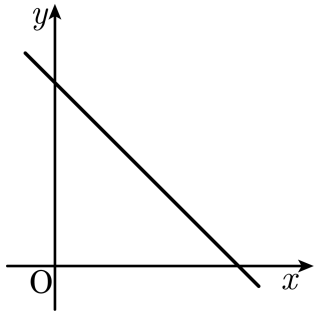
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

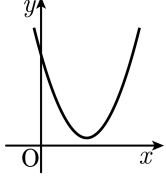
$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

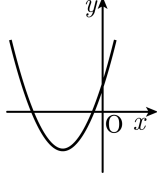
27. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



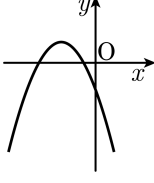
①



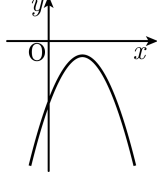
②



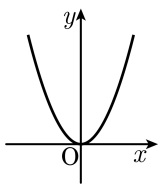
③



④



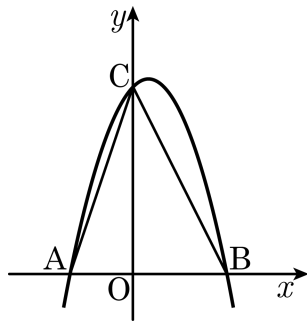
⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

28. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

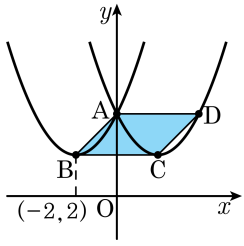
$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

29. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

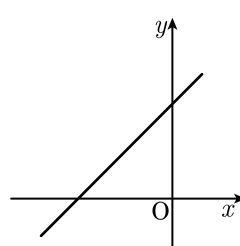
해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변화였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

30. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면

⑤ 제 4 사분면



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.

