1. 다음 (　　) 안에 알맞은 것은?

$\frac{3}{2}i,\ \frac{5}{4}i,\ (\quad),\ \frac{9}{8}i,\ \frac{11}{10}i,\ \cdots$

① $\frac{5}{4}i$　② i　③ $\frac{7}{6}i$　④ $\frac{8}{6}i$　⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n이라 하면 $b_n = (2n+1)i$이다.

따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$이다.

2. 첫째항이 3, 공차가 4, 항의 수가 10 인 등차수열의 합 S_{10} 을 구하면?

① 150 ② 170 ③ 190 ④ 210 ⑤ 230

해설

$a=3,\ d=4,\ n=10$ 이므로

$S_n=\dfrac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$ 에 대입하면

$S_{10}=\dfrac{10\{2\cdot 3+(10-1)\cdot 4\}}{2}=210$

3. $\sum_{k=11}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 470

해설

$\sum_{k=11}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2 = \left(\sum_{k=1}^{15} k^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2\right) - \sum_{k=1}^{10} k^2$

$= \sum_{k=1}^{15} k^2 - 2\sum_{k=1}^{10} k^2$

$= \frac{15 \cdot 16 \cdot 31}{6} - 2 \cdot \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 470$

4. $a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

해설

$a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 3$ 이므로

a_n 은 초항이 4, 공차가 3인 등차수열

$$\begin{aligned}\therefore a_n &= 4 + (n-1)\cdot 3\\ &= 4 + 3n - 3\\ &= 3n + 1\end{aligned}$$

$\therefore a_{10} = 31$

5. 자연수 n에 대한 명제 $P(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

> (i) $P(\boxed{(가)})$이 참이다.
> (ii) $P(k)$가 참이면 $P(\boxed{(나)})$도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① 0, k　② 0, $k+1$　③ 0, $k-1$
④ 1, k　⑤ 1, $k+1$

해설

명제 $P(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.
(i) $P(\boxed{1})$이 참이다.
(ii) $P(k)$가 참이면 $P(\boxed{k+1})$도 참이다.

6. 두 수 3과 7의 등차중항을 a, 10과 -2의 등차중항을 b라 할 때, 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근의 차는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

3과 7의 등차중항은 $a=\dfrac{3+7}{2}=5$

10과 -2의 등차중항은 $b=\dfrac{10+(-2)}{2}=4$

$x^2+ax+b=0$에서

$x^2+5x+4=0,\ (x+1)(x+4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-4$

따라서 두 근의 차는 3

7. 두 수 $\frac{1}{7}$과 $\frac{1}{3}$의 사이에 세 개의 수 x, y, z를 넣어 다섯 개의 수 $\frac{1}{7}$, x, y, z, $\frac{1}{3}$이 이 순서로 조화수열을 이루도록 할 때, $60(x+y+z)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$\frac{1}{7}$, x, y, z, $\frac{1}{3}$이 조화수열을 이루려면 7, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$, $\frac{1}{z}$, 3이 등차수열을 이루어야 하므로

$\frac{1}{x}=6$, $\frac{1}{y}=5$, $\frac{1}{z}=4$

$\therefore\ x=\frac{1}{6}$, $y=\frac{1}{5}$, $z=\frac{1}{4}$

$\therefore\ 60(x+y+z)=60\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=60\cdot\frac{37}{60}=37$

8. 등차수열 $\{a_n\}$의 제 9항이 -8이고, 첫째항부터 제 8항까지의 합이 44일 때, 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 최대가 되는가?

① 제5항　② 제6항　③ 제7항
④ 제8항　⑤ 제9항

해설

$a_9 = a + 8d = -8$

$$S_8 = \frac{8(2a+7d)}{2} = 44$$

$$\begin{cases} 2a + 7d = 11 \\ 2a + 16d = -16 \end{cases}$$

$9d = -27$

$d = -3$

$a = 16$

$a_n = 16 + (n-1)\cdot(-3)$

$= -3n + 19 < 0$

$19 < 3n$

$\frac{19}{3} < n$

$\therefore$ 여섯번째 항까지의 합이 최대

9. 이차방정식 $x^2-6x+3=0$ 의 두 근의 등차중항을 A, 등비중항을 G 라 할 때, A^2, G^2 을 두 근으로 하는 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 에서 $a+b$ 의 값은?

① 12 ② 15 ③ 24 ④ 27 ⑤ 39

해설

$x^2-6x+3=0$ 에서 두 근을 α, β 라고 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=3$

$\therefore A=\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\dfrac{6}{2}=3$, $G=\sqrt{\alpha\beta}=\sqrt{3}$

이 때, A^2, G^2 즉, 9 와 3 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은

$(x-9)(x-3)=0$ $\therefore x^2-12+27=0$

따라서 $a=-12$, $b=27$

10. 세 수 α, p, β는 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 α, $2\sqrt{q}$, β는 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 이차방정식 $x^2-px+q=0$의 두 근을 α, β로 나타내면?

① $\frac{\alpha}{4}, \frac{\beta}{4}$　　② $\frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2}$　　③ α, β

④ $2\alpha, 2\beta$　　⑤ $4\alpha, 4\beta$

해설

α, p, β는 이 순서로 등차수열을 이루므로

$p=\frac{\alpha+\beta}{2}$

α, $2\sqrt{q}$, β는 이 순서로 등비수열을 이루므로

$(2\sqrt{q})^2=\alpha\beta$, $4q=\alpha\beta$ $\therefore q=\frac{\alpha\beta}{4}$

$x^2-px+q=0$에서

$x^2-\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)x+\left(\frac{\alpha\beta}{4}\right)=0$

$\therefore \left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0$

따라서 이차방정식 $x^2-px+q=0$의 두 근은 $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\beta}{2}$이다.

11. 두 수열

$\{a_n\} = 6,\ a_2,\ a_3,\ 48, \cdots$

$\{b_n\} = 6,\ b_2,\ b_3,\ 48, \cdots$ 에 대하여

$\{a_n\}$은 등비수열, $\{b_n\}$은 등차수열일 때, $a_{10} - 10b_{10}$ 의 값은?(단, 공비는 실수이다.)

① 1752　② 1843　③ 1950　④ 2250　⑤ 2356

해설

수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라 하면 $a_4 = 48$이므로

$6r^3 = 48,\ r^3 = 8 \quad \therefore\ r = 2(\because\ r$은 실수 $)$

$a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$

수열 $\{b_n\}$의 공차를 d라 하면 $b_4 = 48$이므로

$6 + 3d = 48,\ 3d = 42 \quad \therefore\ d = 14$

$b_n = 6 + (n-1) \cdot 14 = 14n - 8$

$\therefore\ a_{10} - 10b_{10} = 6 \times 2^9 - 10(14 \cdot 10 - 8)$

$= 3072 - 1320 = 1752$

12. 두 수 A, B에 대하여 $A=2^{10}$, $B=5^{10}$일 때, 두 수 A, B의 곱 AB의 양의 약수의 총합을 A와 B의 식으로 나타낸 것은?

① $(2A+1)(5B+1)$　　② $(5A-1)(5B-1)$

③ $\frac{1}{4}(2A+1)(5B-1)$　　④ $\frac{1}{4}(2A-1)(5B-1)$

⑤ $\frac{1}{2}(2A-1)(5B-1)$

해설

$AB=2^{10}\cdot5^{10}$

따라서 AB의 양의 약수의 총합은

$(1+2+2^2+\cdots+2^{10})(1+5+5^2+\cdots+5^{10})$

$=\frac{2^{11}-1}{2-1}\times\frac{5^{11}-1}{5-1}$

$=(2\cdot2^{10}-1)\times\frac{1}{4}(5\cdot5^{10}-1)$

$=(2A-1)\times\frac{1}{4}(5B-1)$

$=\frac{1}{4}(2A-1)(5B-1)$

13. $1 \cdot 20 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + \cdots + 20 \cdot 1$ 의 값은?

① 442 ② 882 ③ 1540 ④ 3080 ⑤ 3528

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \textstyle\sum_{k=1}^{20} k(21-k) \\ &= 21\textstyle\sum_{k=1}^{20} k - \sum_{k=1}^{20} k^2 \\ &= 21 \cdot \dfrac{20 \cdot 21}{2} - \dfrac{20 \cdot 21 \cdot 41}{6} = 1540\end{aligned}$$

14. 다음은 네 자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만든 네 자리 정수를 크기 순으로 나열한 것이다.

1234	1243	$\cdots$	1423	1432
2134	2143	$\cdots$	2413	2431
3124	3142	$\cdots$	3412	3421
4123	4132	$\cdots$	4312	4321

위의 모든 수들의 총합은?

① 88880 ② 77770 ③ 66660

④ 55550 ⑤ 44440

해설

처음 수와 마지막의 수의 합, 두 번째 수와 끝에서 두 번째 수의 합, $\cdots$ 이 모두 5555이고 나열된 네 자리 자연수는 모두 24개이므로 구하는 모든 수의 총합은 $5555 \times 12 = 66660$

15. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_1 = 1,\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$일 때, 일반항 a_n은?

① $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$　　② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$　　③ $\left(\frac{1}{2}\right)^{n} + \frac{1}{2}$

④ 2^{n-1}　　⑤ $2^n - 1$

해설

$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$을 $a_{n+1} - \alpha = \frac{1}{2}(a_n - \alpha)$의 꼴로 변형하면

$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{\alpha}{2}$에서 $\frac{\alpha}{2} = 1$ $\therefore \alpha = 2$

즉, $a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$

따라서 수열 $\{a_n - 2\}$는 첫째항이 $a_1 - 2 = -1$이고 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열이므로

$a_n - 2 = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ $\therefore a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

16. $a_1=3,\ a_2=2,\ a_{n+2}=\dfrac{a_{n+1}+1}{a_n}(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$로 정의되는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{66} a_n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$a_1=3,\ a_2=2,\ a_{n+2}=\dfrac{a_{n+1}}{a_n}(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$이므로

$a_3=\dfrac{2+1}{3}=1$

$a_4=\dfrac{1+1}{2}=1$

$a_5=\dfrac{1+1}{1}=2$

$a_6=\dfrac{2+1}{1}=3$

$a_7=\dfrac{3+1}{2}=2$

$\vdots$

$\therefore\ a_1=a_6=a_{11}=\cdots=3$

$a_2=a_7=a_{12}=\cdots=2$

$a_3=a_8=a_{13}=\cdots=1$

$a_4=a_9=a_{14}=\cdots=1$

$a_5=a_{10}=a_{15}=\cdots=2$

$\therefore\ \sum_{n=1}^{66} a_n=13(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5)+a_1$

$=13\times 9+3=120$

17. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$이 성립함을 증명한 것이다. □안에 알맞은 것은?

보기

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$이므로 등식이 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{}$을 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{}=(k+1)^2$이므로
$n=k+1$일 때에도 등식은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

① $2k+1$ ② $2k-1$ ③ $2k$
④ $k+1$ ⑤ $k-1$

해설

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$이므로 등식이 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{2k+1}$을 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{2k+1}=(k+1)^2$이므로
$n=k+1$일 때에도 등식은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

18. 등비수열 $\{a_n\}$에서
$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 36$,
$a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots + a_{2n} = 18$일 때,
$a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r이라 하고, 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면

$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = 36 \cdots$ ㉠

$S_{2n} - S_n = 18$에서 $S_{2n} = S_n + 18 = 36 + 18 = 54$

$$S_{2n} = \frac{a(1-r^{2n})}{1-r} = \frac{a(1-r^n)(1+r^n)}{1-r} = 36 \cdot (1+r^n) = 54$$

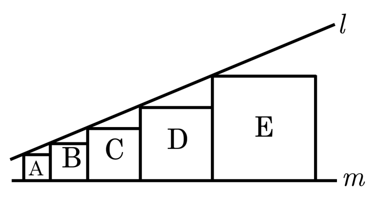
$1 + r^n = \dfrac{3}{2} \quad \therefore \; r^n = \dfrac{1}{2}$

$S_{3n} = \dfrac{a(1-r^{3n})}{1-r} = \dfrac{a(1-r^n)(1+r^n+r^{2n})}{1-r}$

$= 36\left\{1 + \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right\} = 63$

이때, $a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n} = S_{3n} - S_n$이므로
$63 - 54 = 9$

19. 다음 그림과 같이 두 직선 l, m 사이에 5개의 정사각형 A, B, C, D, E가 서로 접해 있다. 정사각형 A와 E의 넓이가 각각 2, 32일 때, 나머지 정사각형 B, C, D의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답 : 28

해설

주어진 정사각형 A, B, C, D, E의 넓이가 순서대로 등비수열을 이루므로 정사각형 A, E의 넓이가 각각 2, 32일 때, 정사각형 B, C, D의 넓이는 각각 4, 8, 16이 된다. 따라서, 구하는 정사각형 B, C, D의 넓이의 합은 $4 + 8 + 16 = 28$

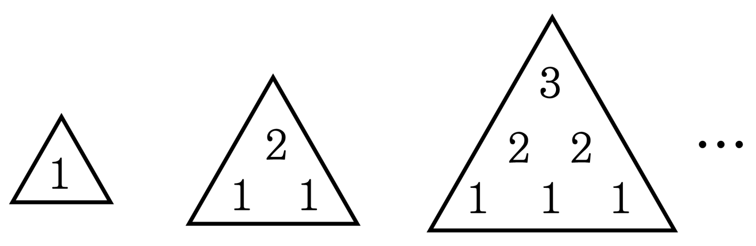
20. 어느 지역의 케이블 TV 업체에서는 매달 사용료로 2만 원을 받는다. 이 업체가 아직 인터넷 케이블 TV가 설치되어 있지 않은 신설 아파트단지에 1월부터 케이블 TV를 설치하게 되었다. 1월에 케이블 TV를 설치한 가구의 수가 50가구이고 매달 전용선을 새롭게 설치하는 가구의 수가 전달에 설치한 가구의 수보다 10% 씩 증가한다고 할 때, 12월에 이 업체가 이 선설 아파트 단지에서 얻은 매출액은?(단, 1월부터 12월까지 이 업체에 가입한 가구 중에서 가입을 해지한 가구는 없고, $1.1^{12} = 3$으로 계산한다.)

① 2000만원　② 2500만원　③ 3000만원
④ 3500만원　⑤ 4000만원

해설

1월에 인터넷 전용선을 설치한 가구의 수는 50이고 인터넷 전용선을 설치한 가구의 수가 매달 10% 씩 증가하므로 n월에 인터넷 전용선을 설치한 가구의 수는 $50(1+0.1)^{n-1} = 50 \cdot 1.1^{n-1}$
이때, 인터넷 전용선의 사용료가 매달 2만원이므로 매달의 매출액을 나타내면 다음과 같다.
1월 달 : 50×2(만원)
2월 달 : $50 \times 2 + 50 \times 1.1 \times 2$(만원)
3월 달 : $50 \times 2 + 50 \times 1.1 \times 2 + 50 \times 1.1^2 \times 2$(만원)
$\vdots$
12월 달 : $50 \times 2 + 50 \times 1.1 \times 2 + \cdots 50 \times 1.1^{11} \times 2$(만원)
따라서 구하고자 하는 12월의 매출액은
$50 \times 2 + 50 \times 1.1 \times 2 + \cdots 50 \times 1.1^{11} \times 2$
$= 50 \times 2 \times (1 + 1.1 + 1.1^2 + \cdots + 1.1^{11})$
$= 100 \times \dfrac{1.1^{12} - 1}{1.1 - 1}$
$= 100 \times \dfrac{2}{0.1}$
$= 2000$(만원)

21. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 n인 정삼각형의 내부에 다음과 같은 규칙적으로 숫자를 배열한다.



이때, 10번째 정삼각형 안에 적혀 있는 수의 총합은?

① 440 ② 330 ③ 220 ④ 110 ⑤ 90

해설

10번째 정삼각형 안에 적혀 있는 수의 총합은

$1\cdot 10+2\cdot 9+3\cdot 8+\cdots+10\cdot 1$

$=\sum_{k=1}^{10} k(11-k)=\sum_{k=1}^{10}(11k-k^2)$

$=11\sum_{k=1}^{10} k-\sum_{k=1}^{10} k^2$

$=11\cdot\dfrac{10\cdot 11}{2}-\dfrac{10\cdot 11\cdot 21}{6}$

$=605-385=220$

22. $\sum_{k=1}^{30} k - 2\sum_{k=1}^{30} \left[\frac{k}{2}\right]$ 의 값을 구하여라. (단. $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 15

해설

$\sum_{k=1}^{30} k - 2\sum_{k=1}^{30} \left[\frac{k}{2}\right] = \sum_{k=1}^{30} \left(k - 2\left[\frac{k}{2}\right]\right)$ 이므로

k에 1부터 30까지 차례로 대입하면

(주어진 식)$= 1+0+1+0+1+0+\cdots+1+0 = 15$

23. 수열 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \cdots$ 에 대하여 제50항의 수를 구하면?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{2}{10}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{4}{10}$ ⑤ $\frac{5}{10}$

해설

군으로 나눠보면

$\frac{1}{1}/ \frac{1}{2}, \frac{2}{2}/ \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}/ \frac{1}{4},$

1군의 항수$= 1$

2군의 항수$= 2$

3군의 항수$= 3$

$\vdots$

50항이 k군에 있다고 하자

$(k-1)$군까지 항수의 총합$= 1+2+\cdots+(k-1) = \frac{(k-1)\cdot k}{2}$

$\frac{(k-1)\cdot k}{2} < 50$

$(k-1)k < 100$

$k = 10$일 때 $(k-1)k = 90$

$k = 11$일 때 $(k-1)k = 110$이므로

$k = 10$

따라서 50항은 10군에 있다.

9군까지의 항수 $= \frac{9\cdot 10}{2}$

$= 45$

10군의 초항은 46번째 항이므로

50번째항은 10군의 5번째항

10군은

$\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \cdots$ 이므로

50번째항은 $\frac{5}{10}$

24. 자연수로 이루어진 순서쌍의 수열 $(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 1),\ (1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),\ (1,\ 4),$ $(2,\ 3),\ (3,\ 2)\ (4,\ 1),\ (1,\ 5),\cdots$ 에서 두 수가 모두 한 자리의 자연수로 이루어진 순서쌍의 총 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

주어진 수열을 순서쌍의 두 수의 합이 같은 것 끼리 군을 묶으면
$(1,\ 1)|\ (1,\ 2),\ (2,\ 1)|\ (1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1)|,\cdots$
이 때, 각 군에서 모든 항의 순서쌍의 두 수가 한 자리의 자연수인 군의 수를 구하기 위해 두수의 합이 10이 되는 것부터 세면
$1+2+3+\cdots+10=\dfrac{9\cdot 10}{2}=45\cdots$ ㉠
두 수의 합이 11인 순서쌍의 개수는 10이고, 이중 한 자리의 자연수로만 이루어진 순서쌍은$(1,\ 10),\ (10,\ 1)$을 제외한 8개다.
같은 방법으로 두 수의 합이 12인 순서쌍의 개수는 11이고, 이중 한 자리의 자연수로만 이루어진 순서쌍은 $11-4=7$(개)이다.
두 수의 합이 18로 이루어진 순서쌍 중 한 자리의 자연수로만 이루어진 순서쌍의 개수는 $17-16=1$(즉, $(9,\ 9)$)이므로 모두
$(10-2)+(11-4)+(12-6)+(13-8)+(14-10)$
$+(15-12)+(16-14)+(17-16)$
$=8+7+6+\cdots+1=\dfrac{8\cdot 9}{2}=36\cdots$ ㉡
따라서, ㉠, ㉡에서 두 수가 모두 한자리의 자연수로 이루어진 순서쌍의 총 개수는 81이다.

25. 다음은 $h > 0$일 때, $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 $(1+h)^n > 1+nh \cdots$ ㉠ 이 성립함을 증명한 것이다.

> (i) $n = 2$일 때, $(1+h)^2 = 1+2h+h^2 > \boxed{\text{(가)}}$이므로 ㉠이 성립한다.
> ii) $n = k(k \geq 2)$일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면
> $(1+h)^k = 1+kh$
> $(1+h)^{k+1} = (1+h)^k(1+h) > (\boxed{\text{(가)}})(1+h) > 1+(k+1)h$
> 따라서, $n = k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
> (i), (ii)에 의하여 ㉠은 $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① $1+2h,\ 1+kh$ ② $1+2h,\ 1+(k+1)h$
③ $1+h^2,\ 1+kh$ ④ $1+h^2,\ 1+(k+1)h$
⑤ $2h+h^2,\ 1+kh$

해설

(i) $n = 2$일 때, $(1+h)^2 = 1+2h+h^2 > \boxed{1+2h}$이므로 ㉠이 성립한다.
(ii) $n = k(k \geq 2)$일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면
$(1+h)^k = 1+kh$
$(1+h)^{k+1} = (1+h)^k(1+h) > (\boxed{1+kh})(1+h) > 1+(k+1)h$
따라서, $n = k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 ㉠은 $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 성립한다.