

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ①  $-2$ 는  $-16$ 의 네제곱근이다.
- ②  $4$ 는  $16$ 의 세제곱근이다.
- ③  $8$ 의 세제곱근은  $2$ 뿐이다.
- ④  $81$ 의 네제곱근은  $3, -3$ 이다.
- ⑤  $-4$ 는  $-64$ 의 세제곱근이다.

해설

- ①  $(-2)^4 = 16 \neq -16$ 이므로  $-2$ 는  $-16$ 의 네제곱근이 아니다.
- ②  $4^3 = 64 \neq 16$ 이므로  $4$ 는  $16$ 의 세제곱근이 아니다.
- ③  $8$ 의 세제곱근을  $x$ 라 하면  $x^3 = 8$ 이므로  
 $x^3 - 8 = 0$   
 $(x-2)(x^2 + 2x + 4) = 0$   
 $\therefore x = 2$  또는  $x = -1 \pm \sqrt{3}i$   
따라서,  $8$ 의 세제곱근은  $2$  외에도  $-1 + \sqrt{3}i, -1 - \sqrt{3}i$ 가 있다.
- ④  $81$ 의 네제곱근을  $x$ 라 하면  $x^4 = 81$ 이므로  
 $x^4 - 81 = 0$   
 $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$   
 $(x+3)(x-3)(x^2 + 9) = 0$   
 $\therefore x = \pm 3$  또는  $x = \pm 3i$   
따라서,  $81$ 의 네제곱근은  $3, -3$  외에도  $3i, -3i$ 가 있다.
- ⑤  $(-4)^3 = -64$ 이므로  $-4$ 는  $-64$ 의 세제곱근이다.

2.  $\sqrt[3]{-\sqrt{128}}$ 을 간단히 하면?

① 2

② -2

③  $-2\sqrt[3]{2}$

④  $-2\sqrt{2}$

⑤ 허수

해설

$$\sqrt{128} = (2^7)^{\frac{1}{2}} = 2^3 \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{(-2^3 \sqrt{2})} = \sqrt[3]{(-2)^3 \sqrt{2}}$$

$$= -2\sqrt[3]{2}$$

3.  $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ 를 간단히 하면?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

4.  $a > 0, b > 0$  일 때,  $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$  을 간단히 하면?

- ①  $\sqrt[6]{a}$     ②  $\sqrt[6]{b}$     ③  $\sqrt[6]{ab}$     ④  $\sqrt[6]{a^2b}$     ⑤  $\sqrt[6]{ab^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3} \\ &= (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1} \\ &= a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a} \end{aligned}$$

5. 양수  $a$ 에 대하여  $(a^{2\sqrt{3}})^{\sqrt{2}} \div (a^{-\sqrt{54}})$ 를 간단히 하면?

- ①  $a^{\sqrt{\frac{2}{3}}}$     ②  $a^{\sqrt{2}}$     ③  $a^{-\sqrt{16}}$     ④  $a^{5\sqrt{6}}$     ⑤  $a^{36}$

해설

지수를 따로 써 보면

$$2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{54} = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$$

$$= 5\sqrt{6}$$

$$\therefore a^{5\sqrt{6}}$$

6.  $\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8}}}$ 을  $2^k$  꼴로 나타낼 때  $k$ 는?

- ①  $\frac{11}{12}$     ②  $\frac{11}{24}$     ③  $\frac{3}{8}$     ④  $\frac{23}{24}$     ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8}}} \\ &= \{2 \times (4 \times 8^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}}\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \{2 \times (2^2 \times 2^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}}\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \{2 \times (2^{\frac{11}{4}})^{\frac{1}{3}}\}^{\frac{1}{2}} \\ &= (2 \times 2^{\frac{11}{12}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{23}{12}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{23}{24}} \\ \therefore k &= \frac{23}{24} \end{aligned}$$

7. 다음 식의 값은?

$$2^8 \times 3^5 \times 6^{-6}$$

- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{8}{3}$     ④  $\frac{3}{8}$     ⑤  $\frac{16}{9}$

해설

$$\begin{aligned} 2^8 \times 3^5 \times 6^{-6} &= 2^8 \times 3^5 \times (2 \times 3)^{-6} \\ &= 2^8 \times 3^5 \times 2^{-6} \times 3^{-6} \\ &= 2^{8+(-6)} \times 3^{5+(-6)} \\ &= 2^2 \times 3^{-1} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

8.  $6^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}$  의 값은?

- ① 9      ② 18      ③ 27      ④ 36      ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned} 6^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} &= (2 \times 3)^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{3}{3}} \times 3^{\frac{6}{3}} \\ &= 2 \times 3^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

9.  $9^{\frac{2}{3}} \div 12^{\frac{1}{3}} \times 108^{\frac{1}{3}}$  을 간단히 하면?

- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 3    ④ 6    ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & 9^{\frac{2}{3}} \div 12^{\frac{1}{3}} \times 108^{\frac{1}{3}} \\ &= (3^2)^{\frac{2}{3}} \div (2^2 \times 3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= 3^{\frac{4}{3}} \div (2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}) \times (2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{3}{3}}) \\ &= 2^{-\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} \times 3^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{3}{3}} \\ &= 2^0 \times 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

10.  $a > 0$ 일 때,  $\sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt[4]{a^5}}$ 을 간단히 하면?

- ①  $a$       ②  $\sqrt{a}$       ③  $a\sqrt[7]{a^5}$       ④  $\sqrt[8]{a^5}$       ⑤  $\sqrt[12]{a^7}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{\sqrt{a}\sqrt[4]{a^5}} &= (a^{\frac{1}{2}+\frac{5}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{7}{12}} = \sqrt[12]{a^7}\end{aligned}$$

11.  $x = 2$ 일 때,  $x^{x^x}$ 의 값을 구하면?

- ①  $2^2$       ②  $2^4$       ③  $2^8$       ④  $2^{16}$       ⑤  $2^{32}$

해설

$$x^{x^x} = 2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$$

12.  $3^x = 2$ 일 때,  $(\frac{1}{9})^{-x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\frac{1}{9})^{-x} = (3^{-2})^{-x} = 3^{2x} = (3^x)^2 = 4$$

13. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠  $(2\sqrt{2})\sqrt{2} = 4$

㉡  $(5\sqrt{2}) \times (5\sqrt{2}) = 25\sqrt{2}$

㉢  $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$

① ㉢

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠  $(2\sqrt{2})\sqrt{2} = 2^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2^2 = 4$ (참)

㉡  $(5\sqrt{2}) \times (5\sqrt{2}) = (5 \times 5)\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$ (참)

㉢  $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = (3^2)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3^{\frac{2}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$ (참)

14. 다음 중 옳은 것은?

①  $\sqrt[3]{-0.027} = -3$

②  $\sqrt{\sqrt[3]{81}} = 3$

③  $(\sqrt[3]{9})^3 = 3$

④  $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{81} = 3$

⑤  $\sqrt[3]{81} \div \sqrt[3]{27} = 3$

해설

① 0.3

②  $3^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$

③  $\{(3^2)^{\frac{1}{6}}\}^3 = 3^{2 \times \frac{1}{6} \times 3} = 3$

④  $3^{\frac{2}{3} + \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$

⑤  $3^1 \div 3^{\frac{3}{4}} = 3^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

15.  $(\sqrt[5]{2})^4 \times \sqrt[5]{64}$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③  $\sqrt[5]{128}$       ④ 4      ⑤  $\sqrt[5]{512}$

해설

$$2^{\frac{4}{5}} \times 2^{\frac{6}{5}} = 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$$

16.  $\sqrt[3]{2^7} \div \sqrt[3]{2} \times \sqrt{2^5}$ 을 간단히 하면?

- ①  $\sqrt{2}$     ② 2    ③  $4\sqrt{2}$     ④ 8    ⑤  $16\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 2^{\frac{7}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{5}{2}} \\ & = 2^{\frac{7}{3}-\frac{1}{3}+\frac{5}{2}} = 2^{\frac{9}{2}} = 16\sqrt{2} \end{aligned}$$

17.  $\sqrt[3]{(-2)^3} + \sqrt[4]{(-3)^4}$ 을 간단히 하면?

- ① -5      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 5

해설

$$-2 + 3 = 1$$

18.  $\sqrt[3]{9^4} \div \sqrt{3^3} \times \sqrt[6]{\frac{1}{3}}$ 의 값을 구하면?

- ① 9      ② 3      ③  $\sqrt{3}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{9^4} \div \sqrt{3^3} \times \sqrt[6]{\frac{1}{3}} &= (3^2)^{\frac{4}{3}} \div 3^{\frac{3}{2}} \times (3^{-1})^{\frac{1}{6}} \\ &= 3^{\frac{8}{3} - \frac{3}{2} - \frac{1}{6}} \\ &= 3\end{aligned}$$

19.  $\sqrt[3]{a^2} \div \sqrt[3]{a^{-5}} \times (-a^{\frac{2}{3}})^4$  을 간단히 하면? (단,  $a > 0$ )

- ①  $a$       ②  $a^{\frac{4}{3}}$       ③  $a^2$       ④  $a^4$       ⑤  $a^5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{a^2} \div \sqrt[3]{a^{-5}} \times (-a^{\frac{2}{3}})^4 &= a^{\frac{2}{3}} \div a^{-\frac{5}{3}} \times a^{\frac{8}{3}} \\ &= a^{\frac{2}{3} - (-\frac{5}{3}) + \frac{8}{3}} \\ &= a^5\end{aligned}$$

20.  $x > 0, x \neq 1$  일 때,  $\sqrt[4]{x\sqrt{x^3}} = \sqrt[k]{x^k}$  을 만족하는 자연수  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\sqrt[4]{x\sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{\sqrt{x^2}\sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{\sqrt{x^5}} = \sqrt[8]{x^5}$$

21.  $\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \div \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}}$ 를  $4^{\frac{m}{n}}$ 으로 나타낼때,  $m+n$ 의 값은? (단,  $m, n$ 은 서로소인 자연수)

- ① 21      ② 22      ③ 39      ④ 41      ⑤ 49

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \div \sqrt{2} &= \frac{2}{2^{\frac{1}{3}}} \div 2^{\frac{1}{2}} \\ &= 2 \div 2^{\frac{1}{3}} \div 2^{\frac{1}{2}} = 2^{1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}} \\ &= 2^{\frac{1}{6}} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}}\end{aligned}$$

또한,  $2\sqrt[3]{4} = 2^{1+\frac{2}{3}} = 2^{\frac{5}{3}}$ 에서

$$\sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}} = (2^{\frac{5}{3}})^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{9}} \text{이므로}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \div \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2\sqrt[3]{4}} \\ &= 2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{5}{9}} = 2^{\frac{3}{18} + \frac{10}{18}} = 2^{\frac{13}{18}} = 4^{\frac{13}{36}} \\ \therefore m &= 36, n = 13 \\ \therefore m+n &= 49\end{aligned}$$

22.  $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$ 을 간단히 하면  $a^{\frac{m}{n}}$ 이다. 이때,  $m-n$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $m, n$ 은 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} &= \sqrt{a\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{a \cdot a^{\frac{3}{4}}} \\ &= (a^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{8}} \\ n &= 7, m = 8 \\ 8 - 7 &= 1\end{aligned}$$

23.  $\sqrt[3]{a^5} = \sqrt[4]{a^k}$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? (단,  $a > 0, a \neq 1$ )

- ① 15      ② 16      ③ 17      ④ 18      ⑤ 19

해설

$$a^{\frac{5}{3}} = (a^{\frac{k}{4}})^{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{k}{12} + \frac{1}{4}$$

$$20 = k + 3$$

$$k = 17$$

24. 등식  $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a^2}} = 27$ 을 만족하는 양수  $a$ 의 값은?

- ① 3      ②  $3^2$       ③  $3^3$       ④  $3^6$       ⑤  $3^9$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a^2}} &= \left\{a\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{4}} \\ &= \left(a \cdot a^{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} \\ &= \left(a^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

$$a^{\frac{1}{3}} = 3^3 \text{ 이므로 } \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^3 = (3^3)^3$$

$$\therefore a = 3^9$$

25.  $a^{\frac{1}{2}} \times a^{-\frac{1}{3}} \div a^{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

①  $a\sqrt[3]{a}$

②  $a\sqrt{a}$

③  $\frac{1}{a\sqrt[3]{a^2}}$

④  $\frac{1}{a\sqrt{a}}$

⑤  $\frac{1}{a\sqrt[3]{a}}$

해설

$$\begin{aligned} a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}} &= a^{\frac{3-2-4}{6}} \\ &= a^{-\frac{3}{6}} = a^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a\sqrt{a}} \end{aligned}$$

26. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}=2^{\frac{7}{8}}$       ㉡  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}=2$   
㉢  $(3^{\sqrt{2}})\times(3^{\sqrt{2}})=9$

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$   
 $= \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = 2^{\frac{7}{8}}$   
∴ 참

㉡  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$  ∴ 거짓

㉢  $(3^{\sqrt{2}})\times(3^{\sqrt{2}}) = (3^{\sqrt{2}})^2 = 3^{2\sqrt{2}}$  ∴ 거짓

27.  $x = 2$  일 때,  $(x^x)^x$  는?

① 16

② 64

③ 256

④ 1024

⑤ 65536

해설

$$(2^2)^{2^2} = (2^2)^4 = 2^{16}$$

$$2^{10} = 1024, 2^6 = 64 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2^{16} = 1024 \times 64 = 65536$$

28.  $a = 5 \times 729^x$  일 때,  $27^x$ 을  $a$ 에 관한 식으로 나타내면?

①  $\left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{4}}$

②  $\left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$

③  $\left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{3}{2}}$

④  $\left(\frac{a}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

⑤  $\left(\frac{a}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

해설

$$a = 5 \times 729^x = 5 \times (3^6)^x = 5 \times 3^{6x}$$

$$\frac{a}{5} = 3^{6x} = (3^{3x})^2$$

$$\therefore 3^{3x} = \left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore 27^x = 3^{3x} = \left(\frac{a}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

29.  $3^x = 5$  일 때,  $(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}}$  의 값을 구하면?

- ① 3      ②  $\sqrt{3}$       ③ 5      ④  $\sqrt{5}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

해설

$$(\frac{1}{81})^{-\frac{x}{4}} = (3^{-4})^{-\frac{x}{4}} = 3^x = 5$$

30.  $4^{x-1} = a$ 일 때,  $\left(\frac{1}{32}\right)^{1-x}$  을  $a$ 에 대한 식으로 나타낸 것은?

- ①  $\sqrt{a}$     ②  $a\sqrt{a}$     ③  $\sqrt[3]{a}$     ④  $\sqrt[5]{a^2}$     ⑤  $a^2\sqrt{a}$

해설

$$4^{x-1} = 2^{2(x-1)} = a \text{ 이므로}$$

$$2^{x-1} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{32}\right)^{1-x} = (2^{-5})^{1-x} = 2^{5(x-1)}$$

$$= (2^{x-1})^5 = (a^{\frac{1}{2}})^5 = a^{\frac{5}{2}} = a^2\sqrt{a}$$

31. 거듭제곱에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ①  $\sqrt[4]{81} = \pm 3$
- ②  $\sqrt[3]{-64} = -8$
- ③ 16의 네제곱근은  $\pm 2$ 이다.
- ④  $\sqrt{(-3)^2}$ 의 제곱근은 3이다.
- ⑤ -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다.

해설

- ①  $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{9^2} = 3$  ∴ 거짓
- ②  $\sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$  ∴ 거짓
- ③ 16의 네제곱근은  $\pm 2, \pm 2i$ 이다. ∴ 거짓
- ④  $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ 의 제곱근은  $\pm\sqrt{3}$ 이다. ∴ 거짓
- ⑤  $(-1)^3 = -1$ 이므로 -1은 -1의 세제곱근 중 하나이다. ∴ 참

32.  $\sqrt{4\sqrt{2\sqrt{2}}}$ 를  $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt{2\sqrt{2}}} &= \sqrt{4\sqrt{\sqrt{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4\sqrt[4]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[4]{2^5}} \\ &= \sqrt[4]{2^{24} \times 2^5} = \sqrt[4]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{4}}\end{aligned}$$

따라서  $p = 29, q = 4$ 이므로  $p + q = 33$

33. 세 수  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt[4]{34}$ 를 작은 것부터 차례로 나열한 것은?

- ①  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt[4]{34}$     ②  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\sqrt[4]{34}$     ③  $\sqrt[4]{34}$ ,  $\sqrt[3]{7}$ ,  $\sqrt{10}$   
④  $\sqrt[4]{34}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt[3]{7}$     ⑤  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt[4]{34}$ ,  $\sqrt[3]{7}$

해설

$\sqrt[3]{7} = 7^{\frac{1}{3}}$ ,  $\sqrt{10} = 10^{\frac{2}{4}}$ ,  $\sqrt[4]{34} = 34^{\frac{1}{4}}$   
이므로 세 수를 12제곱하면  
 $7^4 = 2401$ ,  $10^3 = 1000$ ,  $34^3 = 1156$   
따라서, 작은 것부터 차례로 나열하면  
 $\therefore \sqrt{10}$ ,  $\sqrt[4]{34}$ ,  $\sqrt[3]{7}$

34.  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \frac{5}{2}$  일 때,  $a - \frac{1}{a}$  의 값은? (단,  $a > 1$ )

- ①  $\frac{15}{4}$       ② 5      ③  $\frac{15}{2}$       ④ 15      ⑤ 1

해설

곱셈 공식의 변형  $(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy$ 에 의하여

$$\left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 - 4 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} (\because a > 1)$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right) \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}\right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

35.  $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$  일 때,  $a + a^{-1}$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$  의 양변을 제곱하면  $(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})^2 = 4^2$

$a + a^{-1} + 2 = 16$

$\therefore a + a^{-1} = 14$

36.  $20^a = 5\sqrt{3}$ ,  $20^b = 2$  일 때,  $10^{\frac{2a}{1-b}}$  의 값은?

- ① 25      ② 35      ③ 55      ④ 65      ⑤ 75

해설

주어진 조건과 같이 밑이 20이 되도록 구하려는 식을 변형한다.

$$10 = \frac{20}{2} = \frac{20}{20^b} = 20^{1-b}$$

$$\therefore 10^{\frac{2a}{1-b}} = (20^{1-b})^{\frac{2a}{1-b}} = 20^{2a} = (20^a)^2 = (5\sqrt{3})^2 = 75$$

37. 3의 세제곱근 중 실수인 것을  $a$ , 9의 세제곱근 중에 실수인 것을  $b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?

- ①  $\sqrt[3]{3}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 3    ④  $\sqrt[3]{9}$     ⑤ 9

해설

3의 세제곱근 중 실수인 것은  $\sqrt[3]{3}$   
이므로  $a = \sqrt[3]{3}$   
9의 세제곱근 중에 실수인 것은  $\sqrt[3]{9}$   
따라서, 구하는 값은  
 $ab = \sqrt[3]{3} \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

38. 다음 보기 중 옳은 것은?

보기

- ㉠  $-8$ 의 세제곱근은  $\sqrt[3]{-8}$ 이다.
- ㉡  $\sqrt[4]{(-3)^4} = 3$ 이다.
- ㉢  $a < 0$  일 때,  $(\sqrt[3]{a})^3 = a$  이다.
- ㉣  $n$ 이 2 이상인 홀수일 때, 실수  $a$ 에 대하여  $x^n = a$ 를 만족하는 실수  $x$ 는 1개다.
- ㉤  $a < 0$  일 때,  $\sqrt[4]{a^4} + \sqrt[3]{(-a)^3} = 0$  이다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ (거짓)  $-8$ 의 세제곱근은  $\sqrt[3]{-8}, 1 \pm \sqrt{3}i$ 이다.
- ㉡ (참)
- ㉢ (참)
- ㉣ (참)
- ㉤ (거짓)  $(-a) + (-a) = -2a$

39.  $2^{2x} + 2^{-2x} = 5$  일 때,  $2^{3x} + 2^{-3x}$  의 값은?

- ① 10      ②  $4\sqrt{7}$       ③ 12      ④ 15      ⑤  $6\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} & (2^{2x} + 2^{-2x})^3 \\ &= 2^{6x} + 2^{-6x} + 3 \cdot 2^{2x} \cdot 2^{-2x} (2^{2x} + 2^{-2x}) \\ &= 2^{6x} + 2^{-6x} + 3 \times 5 \\ 2^{6x} + 2^{-6x} &= 5^3 - 15 = 110 \\ \therefore (2^{3x} + 2^{-3x})^2 & \\ &= 2^{6x} + 2^{-6x} + 2 \\ &= 112 \\ 2^{3x} + 2^{-3x} > 0 &\therefore \text{따라서 } 2^{3x} + 2^{-3x} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

40.  $\frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = \frac{1}{11}$  일 때,  $9^x + 9^{-x}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{61}{30}$

해설

$$\frac{3^x - 3^{-x}}{3^x + 3^{-x}} = \frac{1}{11} = \frac{(3^x - 3^{-x})3^x}{(3^x + 3^{-x})3^x} = \frac{3^{2x} - 1}{3^{2x} + 1} = \frac{9^x - 1}{9^x + 1} = \frac{1}{11}$$

$$11(9^x - 1) = 9^x + 1$$

$$10 \times 9^x = 12$$

$$9^x = \frac{6}{5}$$

$$\therefore 9^x + 9^{-x} = \frac{6}{5} + \frac{5}{6} = \frac{61}{30}$$