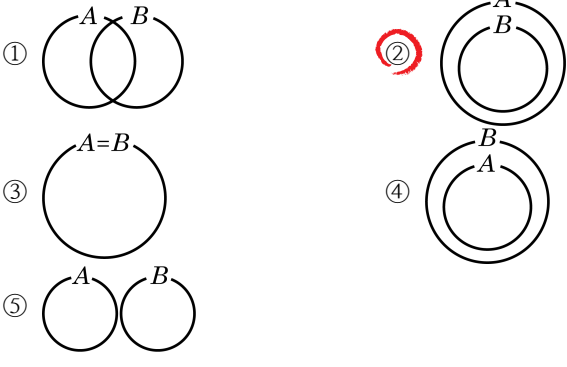


1. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3\}$
 $\therefore B \subset A$

2. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$

② $\{\emptyset\}$

③ $\emptyset$

④ $\{0, 2\}$

⑤ $\{0, 1, 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{1, 2\}, \{0, 1, 2\}$

3. 집합 {1, 2, 4, 8}의 부분집합 중에서 원소 1, 4를 포함하는 부분집합이 아닌 것은?
- ① ∅

② {1, 4}

③ {1, 2, 4}

④ {1, 4, 8}

⑤ {1, 2, 4, 8}

해설

원소 1, 4를 제외한 {2, 8}의 부분집합을 먼저 구하면 ∅, {2}, {8}, {2, 8}이고, 그 각각의 부분집합에 원소 1, 4를 넣으면, {1, 4}, {1, 2, 4}, {1, 4, 8}, {1, 2, 4, 8}이다.

4. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

5. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 직사각형은 사다리꼴이다.
- ② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.
- ③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.
- ④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.
- ⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

6. $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하면?

- ① $\{2\}$
- ② $\{2, 6\}$
- ③ $\{2, 4, 6\}$
- ④ $\{5, 6\}$
- ⑤ $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에도 속하는 공통 부분이므로 $\{2, 4\}$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{a-1, 6, 7\}$, $B = \{a, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a-1=4$
 $\therefore a=5$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 5$, $n(B) = 7$ 이고 $n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

① 8

② 9

③ 10

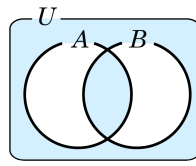
④ 11

⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 5 + 7 - 3 = 9 \end{aligned}$$

9. 다음 벤다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$ ② $(A \cup B) \cup (A \cap B)$
 ③ $(A \cap B) \cup (A^c - B^c)$ ④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$
 ⑤ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

해설

벤다이어그램은 $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 을 나타낸다. $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c = (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

10. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $U^c = \emptyset$

② $\emptyset^c = U$

③ $(A^c)^c = \emptyset$

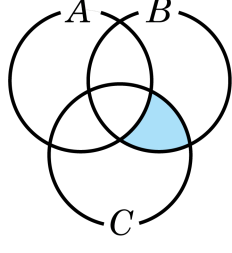
④ $A \cap U = A$

⑤ $A \cup U = U$

해설

③ $(A^c)^c = A$

11. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $A \cap B \cap C$
- ② $(B \cup C) - A$
- ③ $(A \cup C) - B$
- ④ $C - (A \cup B)$
- ⑤ $(B \cap C) - A$

해설

①

②

③

④

⑤

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,
 $A = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로
 $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 의 $\square$ 에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6이고, 가장 큰 자연수는 6이다.

13. $\{2, 3\} \subset X \subset \{0, 1, 2, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

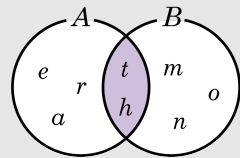
14. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{e, a, r, t, h\}, A \cap B = \{t, h\}, A \cup B = \{e, a, r, t, h, m, o, n\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{m, o, n, t, h\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{m, o, n, t, h\}$ 이다.

15. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다.
그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자.

빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.

빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 20 + 15 - 5$$

$$x = 30$$

그러므로 30 명이다.

16. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$,
 $B^c = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A^c - B^c$ 은?

① $\{3, 5\}$

② $\{3, 7\}$

③ $\{3, 5, 7\}$

④ $\{3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로

$A^c - B^c = \{3, 5, 6, 7, 9, 10\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A-B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A-B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A, 5 \in A$ 이다.

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A-B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A-B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.

$\therefore a = 5, b = 3$

18. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}, B = \{b, c\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

19. 다음은 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \emptyset$ 일 때, 두 집합 A, B 사이의 포함관계를 보이는 과정이다.

$$\begin{aligned} A &= A \cap U = A \cap (B \cup [\ominus]) \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap [\ominus]) = (A \cap B) \cup \emptyset \\ &= (A \cap B) \end{aligned}$$

따라서 [$\textcircled{\hspace{0.5em}}\hspace{0.5em}$]

위

의 $(\ominus), (\textcircled{\hspace{0.5em}}\hspace{0.5em})$ 에 알맞는 것을 차례대로 나열하면?

- ① $A, B \subset A$

② $A, A \subset B$

③ $B^c, B \subset A$

④ $B^c, A \subset B$

⑤ $B^c, A = B$

해설

$$\begin{aligned} A &= A \cap U = A \cap (B \cup B^c) \therefore (\ominus) \cdots B^c \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap B^c) (\because \text{분배법칙}) \\ &= (A \cap B) \cup (A - B) (\because \text{차집합의 성질}) \\ &= (A \cap B) \cup \emptyset (\because \text{가정에서 } A - B = \emptyset) \\ &= A \cap B (\because A \cup \emptyset = A) \end{aligned}$$

그런데 $A \cap B = B$ 이므로 $A \subset B \cdots (\textcircled{\hspace{0.5em}}\hspace{0.5em})$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$, $n(A \cap B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 7$$

$$40 - n(A \cup B) = 7, n(A \cup B) = 33$$

$$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) = 33 + 5 = 38$$

22. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 8 가지

▷ 정답 : 8 가 지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$

23. 두 조건 $p : x - 2 \neq 0$, $q : x^2 - ax + 2 \neq 0$ 에서 $q \rightarrow p$ 가 참일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$q \Rightarrow p$ 가 참이면, 대우인 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 도 참이다.

$x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - ax + 2 = 0 \therefore a = 3$

24. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

25. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

- ① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.