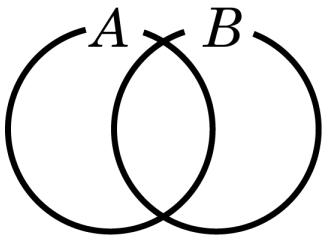
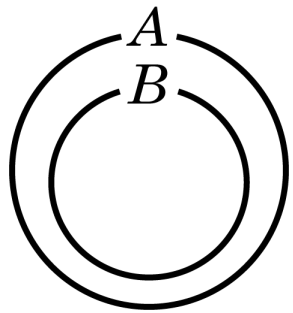
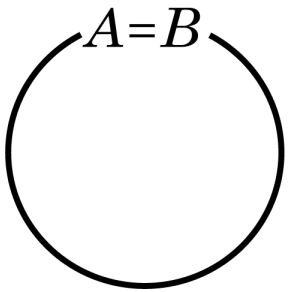
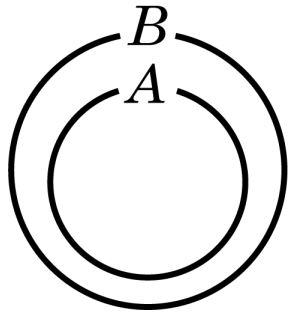
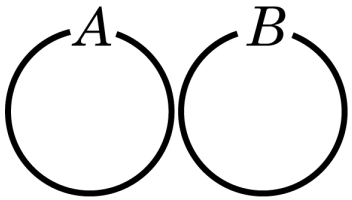
1. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{2,\ 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 6\},\ B = \{2,\ 3\}$

$\therefore\ B \subset A$

2. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2\}$ 일 때, 집합 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{0\}$ ② $\{\varnothing\}$ ③ $\varnothing$

④ $\{0,\ 2\}$ ⑤ $\{0,\ 1,\ 2\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\varnothing$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0,\ 1\}$, $\{0,\ 2\}$, $\{1,\ 2\}$, $\{0,\ 1,\ 2\}$

3. 집합 $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 4 를 포함하는 부분집합이 아닌 것은?

① $\varnothing$ ② $\{1,\ 4\}$ ③ $\{1,\ 2,\ 4\}$

④ $\{1,\ 4,\ 8\}$ ⑤ $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

해설

원소 1, 4 를 제외한 $\{2,\ 8\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면 $\varnothing$, $\{2\}$, $\{8\}$, $\{2,\ 8\}$ 이고, 그 각각의 부분집합에 원소 1, 4 를 넣으면, $\{1,\ 4\}$, $\{1,\ 2,\ 4\}$, $\{1,\ 4,\ 8\}$, $\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면

$\varnothing$, $\{m\}$, $\{t\}$, $\{h\}$, $\{m, t\}$, $\{m, h\}$, $\{t, h\}$, $\{m, t, h\}$ 이고 총 8 개이다.

5. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.

③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.

④ x가 4의 배수이면 x는 2의 배수이다.

⑤ $(x-3)(y-5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

6. $A = \{1,\ 2,\ 4\}$, $B = \{2,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하면?

① $\{2\}$ ② $\{2,\ 6\}$ ③ $\{2,\ 4,\ 6\}$

④ $\{5,\ 6\}$ ⑤ $\{2,\ 4\}$

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에도 속하는 공통 부분이므로 $\{2,\ 4\}$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{a-1,\ 6, 7\}$, $B = \{a,\ 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a - 1 = 4$

$\therefore a = 5$

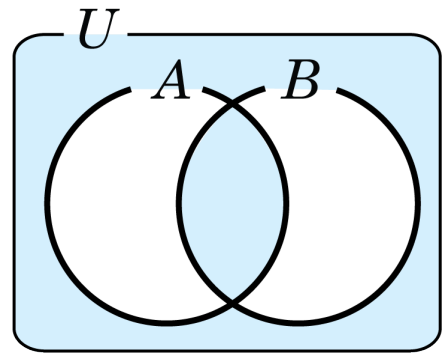
8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A)=5$, $n(B)=7$ 이고 $n(A\cap B)=3$ 일 때, $n(A\cup B)$ 는?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$
$$=5+7-3=9$$

9. 다음 벤다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

② $(A \cup B) \cup (A \cap B)$

③ $(A \cap B) \cup (A^c - B^c)$

④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

해설

벤다이어그램은 $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 을 나타낸다. $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c = (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

10. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

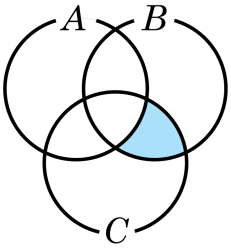
① $U^c = \varnothing$ ② $\varnothing^c = U$ ③ $(A^c)^c = \varnothing$

④ $A \cap U = A$ ⑤ $A \cup U = U$

해설

③ $(A^c)^c = A$

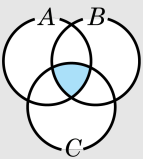
11. 다음 벤다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

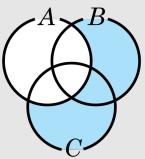


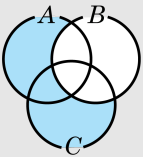
① $A \cap B \cap C$ ② $(B \cup C) - A$ ③ $(A \cup C) - B$

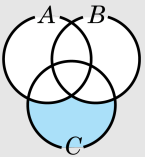
④ $C - (A \cup B)$ ⑤ $(B \cap C) - A$

해설

① 

② 

③ 

④ 

12. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 12 의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,
$A = \{12,\ 24,\ 36,\ \cdots\}$ 이므로
$B = \{x \mid x$는 $\square$ 의 배수$\}$ 의 $\square$에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6 이고, 가장 큰 자연수는 6 이다.

13. $\{2,\ 3\} \subset X \subset \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$(개) 이다.

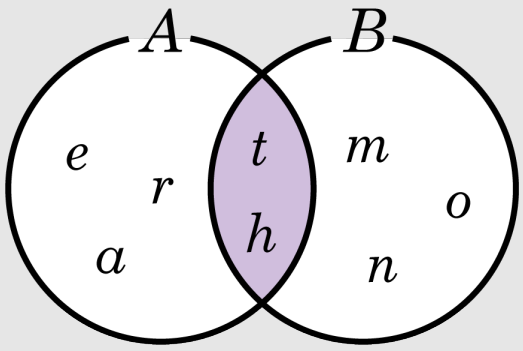
14. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{e, a, r, t, h\}, A \cap B = \{t, h\}, A \cup B = \{e, a, r, t, h, m, o, n\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{m, o, n, t, h\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{m, o, n, t, h\}$ 이다.

15. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다.
그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자.
빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.
빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 20 + 15 - 5$
$x = 30$
그러므로 30 명이다.

16. $U = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B^c = \{x \mid x$는 2의 배수$\}$ 일 때, $A^c - B^c$ 은?

① $\{3, 5\}$ ② $\{3, 7\}$ ③ $\{3, 5, 7\}$

④ $\{3, 5, 7, 9\}$ ⑤ $\{3, 5, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$, $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, $B^c = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 이므로

$A^c - B = \{3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10\} - \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\} = \{3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{1,\ a,\ b,\ 15\}$, $B = \{2,\ 3a,\ b-2\}$에 대하여 $A - B = \{3,\ 5\}$일 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A - B = \{3,\ 5\}$이므로 3과 5는 집합 A의 원소이다. $3 \in A,\ 5 \in A$이다.
따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$이다.
(i) $a = 3$이면 $b = 5$이다.
따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$이다.
이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$이므로 성립한다.
(ii) $a = 5$이면 $b = 3$이다.
따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$이다.
이 때, $A - B = \{3,\ 5\}$이므로 성립한다.
$\therefore\ a = 5,\ b = 3$

18. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}, B = \{b, c\}$ 에 대하여
$(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$
$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$(개) 이다.

19. 다음은 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A - B = \varnothing$일 때, 두 집합 A, B사이의 포함관계를 보이는 과정이다.

$A = A \cap U = A \cap (B \cup [㉠])$
$= (A \cap B) \cup (A \cap [㉠]) = (A \cap B) \cup \varnothing$
$= (A \cap B)$
따라서 [㉡]

위의 (㉠), (㉡) 에 알맞는 것을 차례대로 나열하면?

① $A, B \subset A$ ② $A, A \subset B$ ③ $B^c, B \subset A$

④ $B^c, A \subset B$ ⑤ $B^c, A = B$

해설

$A = A \cap U = A \cap (B \cup B^c)$ $\therefore$ (㉠) $\cdots B^c$
$= (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$ ($\because$ 분배법칙)
$= (A \cap B) \cup (A - B)$ ($\because$ 차집합의 성질)
$= (A \cap B) \cup \varnothing$ ($\because$ 가정에서 $A - B = \varnothing$)
$= A \cap B$ ($\because$ $A \cup \varnothing = A$)

그런데 $A \cap B = B$ 이므로 $A \subset B \cdots$ (㉡)

20. 전체집합 $U = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21\}$의 두 부분집합 $A = \{3,\ 9,\ 15,\ 21\}$, $B = \{12,\ 15,\ 18,\ 21\}$에 대하여 연산 $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$로 정의할 때, $(A \triangle B) \triangle B^c$을 나타낸 것은?

① $\{3,\ 6,\ 12\}$ ② $\{3,\ 12,\ 18\}$

③ $\{3,\ 15,\ 21\}$ ④ $\{6,\ 12,\ 18\}$

⑤ $\{6,\ 12,\ 15,\ 18\}$

해설

$$\begin{aligned} A \triangle B &= (A \cup B) - (A \cap B) \\ &= \{3,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21\} - \{15,\ 21\} \\ &= \{3,\ 9,\ 12,\ 18\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A \triangle B) \triangle B^c &= \{3,\ 9,\ 12,\ 18\} \triangle \{3,\ 6,\ 9\} \\ &= \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18\} - \{3,\ 9\} \\ &= \{6,\ 12,\ 18\} \end{aligned}$$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40,\ n(A \cap B) = 5,\ n(A^c \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(\cup) - n(A \cup B) = 7$

$40 - n(A \cup B) = 7,\ n(A \cup B) = 33$

$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) = 33 + 5 = 38$

22. n 이 100 보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

'n^2 이 12 의 배수이면 n 은 12 의 배수이다.'

▶ 답 : _____ 가지

▷ 정답 : 8 가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12 의 배수이면서 n 이 12 의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6 의 배수이면서 12 의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1,\ 6 \times 3,\ 6 \times 5,\ 6 \times 7,\ 6 \times 9,\ 6 \times 11,\ 6 \times 13,\ 6 \times 15\}$

23. 두 조건 $p : x-2 \neq 0$, $q : x^2 - ax + 2 \neq 0$ 에서 $q \rightarrow p$ 가 참일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$q \Rightarrow p$ 가 참이면, 대우인 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 도 참이다.

$x-2=0 \Rightarrow x^2 - ax + 2 = 0 \therefore a = 3$

24. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.

② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.

③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.

④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.

⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)

② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$

$\therefore\ 2^3 - 1 = 7$ (참)

③ $A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad A,\ B$ 는 서로소

$\therefore\ \{3,\ 6,\ 7\} \cap \{4,\ 5,\ 6\} \neq \varnothing$ (거짓)

④ (참)

⑤ (참)

25. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.

② $\sqrt{(-3)^2} = -3$

③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.

④ $|x+y| = |x-y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
④ $|x+y| = |x-y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x+y)^2 = (x-y)^2$ $\leftrightarrow$ $x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow$ $xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.