

1. 다음 식 $\frac{1}{4}a(2a-3)$ 을 간단히 하면?

- ① $-\frac{1}{4}a^2 - \frac{3}{4}a$ ② $-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}a$ ③ $\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}a$
④ $\frac{1}{2}a^2 + \frac{3}{4}a$ ⑤ $\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{1}{4}a \times 2a + \frac{1}{4}a \times (-3) = \frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}a$$

2. $a = 1$, $b = 3$ 일 때, $2a(5a - 3b) - 4a(3a - 2b)$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 2a(5a - 3b) - 4a(3a - 2b) &= 10a^2 - 6ab - 12a^2 + 8ab = -2a^2 + 2ab \\ \therefore -2a^2 + 2ab &= -2 + 6 = 4 \end{aligned}$$

3. $2y^2 - \{-y(y-4) + 4\}$ 를 간단히 한 식에서 2 차항의 계수를 a 라 하고, 1 차항의 계수를 b 라 하고, 상수항을 c 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2y^2 - (-y^2 + 4y + 4) = 3y^2 - 4y - 4 \\ \therefore a + b - c &= 3 - 4 - (-4) = 3\end{aligned}$$

4. $(4x - A)^2 = 16x^2 - Bx + 9$ 일 때, A, B 에 알맞은 자연수를 차례로 구하면?

① 4, 3 ② 4, 9 ③ 4, 16 ④ 3, 24 ⑤ 3, 9

해설

$$\begin{aligned}(4x)^2 - 2 \times 4x \times A + A^2 &= 16x^2 - 8Ax + A^2 \\ &= 16x^2 - Bx + 9\end{aligned}$$

$$A^2 = 9, \quad A = 3 (\because A \text{는 자연수})$$

$$B = 8A = 24$$

$$\therefore A = 3, \quad B = 24$$

5. $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하면?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 &= 2^9 \times 5^{12} \\ &= 2^9 \times 5^9 \times 5^3 \\ &= 10^9 \times 125 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

6. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

7. 모든 양수 x, y 에 대하여 $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$ 이 성립할 때, A

를 구하여라. (단, $y > x$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $y - x$

해설

$$\begin{aligned} x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\ &= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\ &= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\ &= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x} \end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

8. $1 \leq \left(\frac{n}{4}\right)^{200} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$1^{100} \leq \left(\frac{n^2}{16}\right)^{100} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$$

$$1 \leq \frac{n^2}{16} \leq \frac{27}{16}$$

$$16 \leq n^2 \leq 27$$

따라서 $16 \leq n^2 \leq 27$ 를 만족하는 자연수 $n = 4, 5$ 이다.

9. $(2x^Ay)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$ 에서 A, B, C 의 값을 각각 구하면?

- ① $A = 1, B = 3, C = 2$
- ② $A = 1, B = 3, C = -2$
- ③ $A = 2, B = 3, C = 2$
- ④ $A = 2, B = 3, C = 3$
- ⑤ $A = 3, B = 3, C = 1$

해설

$$(2x^Ay)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$$
$$\frac{8Bx^{3A+1}y^3}{4y^4} = \frac{2Bx^{3A+1}}{y} = \frac{6x^{10}}{y^C}$$
$$3A + 1 = 10, A = 3$$
$$\therefore A = 3, B = 3, C = 1$$

10. $\frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] = ax^2 + bx + c$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{11}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left(\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 3 \right) \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{2}x^2 - 3 \\ &= \frac{1}{6}x^2 - x - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{1}{6} + (-1) + (-1) = -\frac{11}{6}$$

11. $a = -2$, $b = -\frac{2}{5}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$4a(a - 2b) - a(2a - 3b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\text{준식}) = 4a^2 - 8ab - 2a^2 + 3ab = 2a^2 - 5$$

$$\therefore 2a^2 - 5ab = 8 - 4 = 4$$

12. $\frac{x}{6}(12x+24) - \frac{x}{12}(36-12x) = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, A - B 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 4x - (3x - x^2) \\ &= 3x^2 + x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 1$$

$$\therefore A - B = 2$$

13. 학생이는 $(x+2)(x-5)$ 를 전개하는데 -5 를 A 로 잘못 보아 x^2+7x+B 로 전개하였다. 또, $(2x-1)(x+3)$ 을 전개하는데 x 의 계수 2 를 잘못 보아서 Cx^2-7x-3 으로 전개하였다. 이 때, $A+B+C$ 의 값은?

① 5 ② 9 ③ 13 ④ 17 ⑤ 21

해설

$(x+2)(x+A) = x^2 + 7x + B$ 이므로
 $A+2=7, 2A=B$
 $\therefore A=5, B=10$
 x 의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를 D 라 하면
 $(Dx-1)(x+3) = Cx^2-7x-3$ 이므로
 $D=-2, C=-2$
 $\therefore A+B+C=13$

14. $a * b = (a + b)^2$ 으로 정의할 때, $2x * (-y) + x * 2y$ 를 간단히 하면??

① $2x^2 + 2y^2$

② $3x^2 + 3y^2$

③ $4x^2 + 4y^2$

④ $5x^2 + 5y^2$

⑤ $6x^2 + 6y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - y)^2 + (x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 \\ &= 5x^2 + 5y^2 \end{aligned}$$

15. $\left(\frac{1}{3}a-4\right)^2$ 을 계산할 때, a 의 계수는?

① -8

② $-\frac{8}{3}$

③ $-\frac{4}{3}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3}a \times 4 + 4^2 = \frac{1}{9}a^2 - \frac{8}{3}a + 16$ 이므로 a 의 계수는 $-\frac{8}{3}$ 이다.

16. $12\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right)$ 를 전개하면?

① $\frac{4}{3}x^2 - 12xy + \frac{3}{4}y^2$

② $\frac{4}{3}x^2 - 6xy - \frac{3}{4}y^2$

③ $\frac{4}{3}x^2 + 12xy + \frac{3}{4}y^2$

④ $\frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2$

⑤ $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{3}y^2$

해설

$$\begin{aligned} 12\left\{\left(\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{4}y\right)^2\right\} &= 12\left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{16}y^2\right) \\ &= \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2 \end{aligned}$$

17. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$a + 3 = 3a - 1$, $\therefore a = 2$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

18. $3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} = -7x - 6y$ 일 때, $\boxed{}$ 안에
알맞은 식은?

① $-2x - y$

② $-2x + y$

③ $x + y$

④ $x + 2y$

⑤ $3x + 3y$

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{})\} \\ &= 3x - 2 (x + 2y - y + 3x + \boxed{}) \\ &= 3x - 2x - 4y + 2y - 6x - 2\boxed{} \\ &= -5x - 2y - 2\boxed{} \\ &= -7x - 6y \\ \therefore \boxed{} &= x + 2y \end{aligned}$$

19. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

① $4x^2 - 3y^2 - 1$

② $4x^2 - 9y^2 - 1$

③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1) \\ &= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\} \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$

20. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$64^x \times 625^y = (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24}$$

$$= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24}$$

따라서 26 자리의 수이다.

21. 다음 중 $(-a+2b)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

① $-(a-2b)^2$

② $-(a+2b)^2$

③ $(-a-2b)^2$

④ $(a-2b)^2$

⑤ $(a+2b)^2$

해설

$$(-a+2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{1} -(a-2b)^2 = -a^2 + 4ab - 4b^2$$

$$\textcircled{2} -(a+2b)^2 = -a^2 - 4ab - 4b^2$$

$$\textcircled{3} (-a-2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{4} (a-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{5} (a+2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 \quad (-a+2b)^2 = \{-(a-2b)\}^2 = (a-2b)^2$$

22. $(x + y)^2 + (x - y)^2$ 을 간단히 정리하면?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2xy + y^2$

③ $2x^2 + 2y^2$

④ $2x^2 + xy + 2y^2$

⑤ $2x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) = 2x^2 + 2y^2$$

23. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$\begin{aligned} & (4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) \\ &= 12x^5 + 20x^4 + 28x^2 - 9x^4 - 15x^3 - 21x + 6x^3 + 10x^2 + 14 \\ &= 12x^5 + 11x^4 - 9x^3 + 38x^2 - 21x + 14 \\ &\therefore 12 + 11 + (-9) + 38 + (-21) + 14 = 45 \end{aligned}$$

24. $a = 8^2$, $b = 9^4$ 이라 할 때, $(a^{-1}b^2)^3 \div \left\{ \left(\frac{1}{ab} \right)^3 \right\}^2 \times a^4b^{-5} = 2^n \times 3^m$

이 성립한다. 이때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$(a^{-1}b^2)^3 \div \left\{ \left(\frac{1}{ab} \right)^3 \right\}^2 \times a^4b^{-5}$$

$$= 2^n \times 3^m$$

$$= a^{-3}b^6 \times a^6b^6 \times a^4b^{-5}$$

$$= \frac{b^6}{a^3} \times a^6b^6 \times \frac{a^4}{b^5} = (ab)^7$$

따라서 $a = 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$, $b = 9^4 = (3^2)^4 = 3^8$ 을 주어진 식에 대입하면

$$(ab)^7 = (2^6 \times 3^8)^7 = 2^{42} \times 3^{56}$$

따라서 $n = 42$, $m = 56$ 이므로 $m - n = 14$ 이다.

25. $(3 + 2x + x^2 + 3x^3)^2$ 을 전개하였을 때, x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$(3 + 2 + 1 + 3)^2 = 9^2 = 81$ 이고

전개한 식의 x^9 의 계수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서 x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $81 - 9 = 72$ 이다.