

1. 다음 식  $\frac{1}{4}a(2a-3)$  을 간단히 하면?

①  $-\frac{1}{4}a^2 - \frac{3}{4}a$

②  $-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}a$

③  $\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}a$

④  $\frac{1}{2}a^2 + \frac{3}{4}a$

⑤  $\frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{1}{4}a \times 2a + \frac{1}{4}a \times (-3) = \frac{1}{2}a^2 - \frac{3}{4}a$$

2.  $a = 1, b = 3$  일 때,  $2a(5a - 3b) - 4a(3a - 2b)$  의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2a(5a - 3b) - 4a(3a - 2b) = 10a^2 - 6ab - 12a^2 + 8ab = -2a^2 + 2ab$$
$$\therefore -2a^2 + 2ab = -2 + 6 = 4$$

3.  $2y^2 - \{-y(y - 4) + 4\}$  를 간단히 한 식에서 2 차항의 계수를  $a$  라 하고, 1 차항의 계수를  $b$  라 하고, 상수항을  $c$  라 할 때,  $a + b - c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(\text{준식}) = 2y^2 - (-y^2 + 4y + 4) = 3y^2 - 4y - 4$$

$$\therefore a + b - c = 3 - 4 - (-4) = 3$$

4.  $(4x - A)^2 = 16x^2 - Bx + 9$  일 때,  $A, B$  에 알맞은 자연수를 차례로 구하면?

① 4, 3

② 4, 9

③ 4, 16

④ 3, 24

⑤ 3, 9

해설

$$\begin{aligned}(4x)^2 - 2 \times 4x \times A + A^2 &= 16x^2 - 8Ax + A^2 \\ &= 16x^2 - Bx + 9\end{aligned}$$

$$A^2 = 9, \quad A = 3 (\because A \text{는 자연수})$$

$$B = 8A = 24$$

$$\therefore A = 3, \quad B = 24$$

5.  $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$  은  $n$  자리의 자연수이다.  $n$  의 값을 구하면?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 &= 2^9 \times 5^{12} \\ &= 2^9 \times 5^9 \times 5^3 \\ &= 10^9 \times 125 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

6.  $2^{12} \times 5^{13}$  은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

7. 모든 양수  $x, y$  에 대하여  $x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} = \left(\frac{y}{x}\right)^A$  이 성립할 때,  $A$  를 구하여라. (단,  $y > x$ )

▶ 답 :

▶ 정답 :  $y - x$

해설

$$\begin{aligned}x^x \times y^y \times x^{-y} \times y^{-x} &= x^x \times y^y \times \frac{1}{x^y} \times \frac{1}{y^x} \\&= \frac{x^x}{y^x} \times \frac{y^y}{x^y} \\&= \left(\frac{x}{y}\right)^x \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\&= \left(\frac{y}{x}\right)^{-x} \times \left(\frac{y}{x}\right)^y \\&= \left(\frac{y}{x}\right)^{y-x}\end{aligned}$$

$$\therefore A = y - x$$

8.  $1 \leq \left(\frac{n}{4}\right)^{200} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

### 해설

각 항의 지수를 통일하면

$$1^{100} \leq \left(\frac{n^2}{16}\right)^{100} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$$

$$1 \leq \frac{n^2}{16} \leq \frac{27}{16}$$

$$16 \leq n^2 \leq 27$$

따라서  $16 \leq n^2 \leq 27$  를 만족하는 자연수  $n = 4, 5$  이다.

9.  $(2x^A y)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$  에서  $A, B, C$  의 값을 각각 구하면?

①  $A = 1, B = 3, C = 2$

②  $A = 1, B = 3, C = -2$

③  $A = 2, B = 3, C = 2$

④  $A = 2, B = 3, C = 3$

⑤  $A = 3, B = 3, C = 1$

해설

$$(2x^A y)^3 \times Bx \div (2y^2)^2 = \frac{6x^{10}}{y^C}$$

$$\frac{8Bx^{3A+1}y^3}{4y^4} = \frac{2Bx^{3A+1}}{y} = \frac{6x^{10}}{y^C}$$

$$3A + 1 = 10, A = 3$$

$$\therefore A = 3, B = 3, C = 1$$

10.  $\frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[ \frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left( \frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] = ax^2 + bx + c$  에서 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-\frac{11}{6}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤  $1$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[ \frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left( \frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left( \frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 3 \right) \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{2}x^2 - 3 \\ &= \frac{1}{6}x^2 - x - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{1}{6} + (-1) + (-1) = -\frac{11}{6}$$

11.  $a = -2$ ,  $b = -\frac{2}{5}$  일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$4a(a - 2b) - a(2a - 3b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\text{준식}) = 4a^2 - 8ab - 2a^2 + 3ab = 2a^2 - 5$$

$$\therefore 2a^2 - 5ab = 8 - 4 = 4$$

12.  $\frac{x}{6}(12x + 24) - \frac{x}{12}(36 - 12x) = Ax^2 + Bx$  라 할 때,  $A - B$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 4x - (3x - x^2) \\ &= 3x^2 + x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 1$$

$$\therefore A - B = 2$$

13. 학생이는  $(x+2)(x-5)$ 를 전개하는데  $-5$ 를  $A$ 로 잘못 보아  $x^2 + 7x + B$ 로 전개하였다. 또,  $(2x-1)(x+3)$ 을 전개하는데  $x$ 의 계수  $2$ 를 잘못 보아서  $Cx^2 - 7x - 3$ 으로 전개하였다. 이 때,  $A + B + C$ 의 값은?

① 5

② 9

③ 13

④ 17

⑤ 21

### 해설

$$(x+2)(x+A) = x^2 + 7x + B \text{이므로}$$

$$A+2=7, 2A=B$$

$$\therefore A=5, B=10$$

$x$ 의 계수를 잘못 보았기 때문에 그 수를  $D$ 라 하면

$$(Dx-1)(x+3) = Cx^2 - 7x - 3 \text{이므로}$$

$$D=-2, C=-2$$

$$\therefore A+B+C=13$$

14.  $a * b = (a + b)^2$  으로 정의할 때,  $2x * (-y) + x * 2y$  를 간단히 하면??

①  $2x^2 + 2y^2$

②  $3x^2 + 3y^2$

③  $4x^2 + 4y^2$

④  $5x^2 + 5y^2$

⑤  $6x^2 + 6y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - y)^2 + (x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 \\ &= 5x^2 + 5y^2 \end{aligned}$$

15.  $\left(\frac{1}{3}a - 4\right)^2$  을 계산할 때,  $a$  의 계수는?

- ①  $-8$       ②  $-\frac{8}{3}$       ③  $-\frac{4}{3}$       ④  $\frac{1}{9}$       ⑤  $\frac{4}{9}$

해설

$\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3}a \times 4 + 4^2 = \frac{1}{9}a^2 - \frac{8}{3}a + 16$  이므로  $a$  의 계수는  $-\frac{8}{3}$  이다.

16.  $12\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y\right)$  를 전개하면?

①  $\frac{4}{3}x^2 - 12xy + \frac{3}{4}y^2$

③  $\frac{4}{3}x^2 + 12xy + \frac{3}{4}y^2$

⑤  $\frac{3}{4}x^2 + \frac{4}{3}y^2$

②  $\frac{4}{3}x^2 - 6xy - \frac{3}{4}y^2$

④  $\frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2$

해설

$$\begin{aligned} 12 \left\{ \left( \frac{1}{3}x \right)^2 - \left( \frac{1}{4}y \right)^2 \right\} &= 12 \left( \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{16}y^2 \right) \\ &= \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{4}y^2 \end{aligned}$$

17. 자연수  $a$  에 대하여  $a^{a+3} = a^{3a-1}$  를 만족하는  $a$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

### 해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$  에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉,  $a = 1$  일 때,  $1^4 = 1^2$  이다.  $\therefore a = 1$

따라서  $a$  의 값은 1 과 2 이다.

18.  $3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{\phantom{00}})\} = -7x - 6y$  일 때,  $\boxed{\phantom{00}}$  안에 알맞은 식은?

①  $-2x - y$

②  $-2x + y$

③  $x + y$

④  $x + 2y$

⑤  $3x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}
 & 3x - 2 \{x + 2y - (y - 3x - \boxed{\phantom{00}})\} \\
 &= 3x - 2 (x + 2y - y + 3x + \boxed{\phantom{00}}) \\
 &= 3x - 2x - 4y + 2y - 6x - 2\boxed{\phantom{00}} \\
 &= -5x - 2y - 2\boxed{\phantom{00}} \\
 &= -7x - 6y \\
 \therefore \boxed{\phantom{00}} &= x + 2y
 \end{aligned}$$

19.  $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$  을 전개하면?

①  $4x^2 - 3y^2 - 1$

②  $4x^2 - 9y^2 - 1$

③  $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④  $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤  $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1) \\ &= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\} \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$

20.  $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$ ,  $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$  일 때,  $64^x \times 625^y$  의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

### 해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$\begin{aligned} 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \end{aligned}$$

따라서 26 자리의 수이다.

21. 다음 중  $(-a + 2b)^2$  과 전개식이 같은 것은?

①  $-(a - 2b)^2$

②  $-(a + 2b)^2$

③  $(-a - 2b)^2$

④  $(a - 2b)^2$

⑤  $(a + 2b)^2$

해설

$$(-a + 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{1} -(a - 2b)^2 = -a^2 + 4ab - 4b^2$$

$$\textcircled{2} -(a + 2b)^2 = -a^2 - 4ab - 4b^2$$

$$\textcircled{3} (-a - 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{4} (a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{5} (a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 \quad (-a + 2b)^2 = \{-(a - 2b)\}^2 = (a - 2b)^2$$

22.  $(x+y)^2 + (x-y)^2$  을 간단히 정리하면?

①  $x^2 + y^2$

②  $x^2 + 2xy + y^2$

③  $2x^2 + 2y^2$

④  $2x^2 + xy + 2y^2$

⑤  $2x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) = 2x^2 + 2y^2$$

**23.**  $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$\begin{aligned} & (4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) \\ &= 12x^5 + 20x^4 + 28x^2 - 9x^4 - 15x^3 - 21x + 6x^3 + 10x^2 + 14 \\ &= 12x^5 + 11x^4 - 9x^3 + 38x^2 - 21x + 14 \\ &\therefore 12 + 11 + (-9) + 38 + (-21) + 14 = 45 \end{aligned}$$

24.  $a = 8^2$ ,  $b = 9^4$  이라 할 때,  $(a^{-1}b^2)^3 \div \left\{ \left( \frac{1}{ab} \right)^3 \right\}^2 \times a^4b^{-5} = 2^n \times 3^m$  이 성립한다. 이때,  $m - n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} & (a^{-1}b^2)^3 \div \left\{ \left( \frac{1}{ab} \right)^3 \right\}^2 \times a^4b^{-5} \\ &= 2^n \times 3^m \\ &= a^{-3}b^6 \times a^6b^6 \times a^4b^{-5} \\ &= \frac{b^6}{a^3} \times a^6b^6 \times \frac{a^4}{b^5} = (ab)^7 \end{aligned}$$

따라서  $a = 8^2 = (2^3)^2 = 2^6$ ,  $b = 9^4 = (3^2)^4 = 3^8$  을 주어진 식에 대입하면

$$(ab)^7 = (2^6 \times 3^8)^7 = 2^{42} \times 3^{56}$$

따라서  $n = 42$ ,  $m = 56$  이므로  $m - n = 14$  이다.

25.  $(3 + 2x + x^2 + 3x^3)^2$  을 전개하였을 때,  $x^9$  의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$x = 1$  을 대입하면

$$(3 + 2 + 1 + 3)^2 = 9^2 = 81 \text{ 이고}$$

전개한 식의  $x^9$  의 계수는  $3^2 = 9$  이다.

따라서  $x^9$  의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합은  $81 - 9 = 72$  이다.