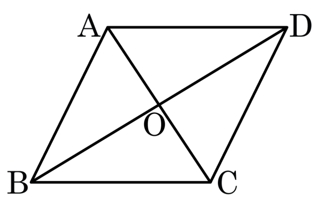
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가? (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)



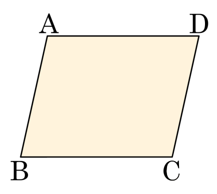
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기가 $7:3$ 일 때, C 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\;^\circ}$

▷ 정답: $\underline{126^\circ}$

해설

$\angle C = 180^\circ \times \dfrac{7}{10} = 126^\circ$

3. 다음 보기에서 '두 대각선의 길이가 서로 같다.' 는 성질을 갖는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

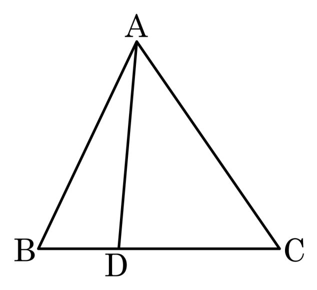
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 서로 같은 도형은 등변사다리꼴과 직사각형과 정사각형이다.

4. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle ABC = 21\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는?



① 7cm^2 ② 8cm^2 ③ $\dfrac{21}{2}\text{cm}^2$

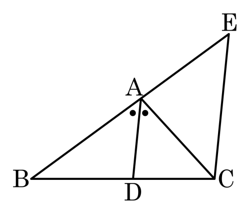
④ 14cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

두 삼각형의 높이는 같고 $\overline{BD} : \overline{BC} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle ADC : \triangle ABC = 2 : 3$

따라서 $\triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{3} = 14(\text{cm}^2)$

5. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D , 점 C 에서 $\overline{AD}$ 에 평행인 선을 그어 $\overline{BA}$ 의 연장선과의 교점을 E 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle DAC = \angle ACE$

② $\angle BAC = 2\angle ACE$

③ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

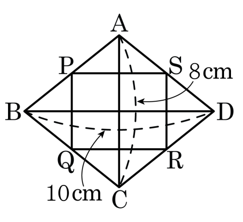
④ $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BD} : \overline{DC}$

⑤ $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다.

해설

각의 이등분선의 성질 이용하면 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 마름모이다. □ABCD 의 네 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 18 cm

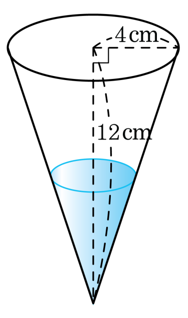
해설

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4(\text{cm})$,

$\overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5(\text{cm})$,

$\therefore$ (□PQRS 의 둘레의 길이)$= 2(4+5) = 18(\text{cm})$

7. 다음 그림과 같은 원뿔모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채웠다고 할 때, 수면의 넓이를 알맞게 구한 것은?



① πcm^2 ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$
④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $10\pi\text{cm}^2$

해설

닮음비가 1 : 2 이므로 넓이의 비는 1 : 4 이다.
따라서 수면의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 16\pi = 4\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 같은 시각에 길이 1.5m 의 막대의 그림자가 2m 였다. 그림자의 길이가 2.2m 인 나무의 실제의 높이를 구하여라.

▶ 답: ____________ m

▷ 정답: 1.65 m

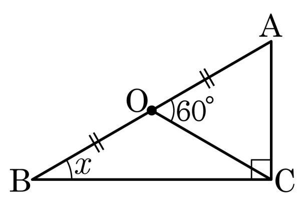
해설

나무의 높이를 xm 라 하면 $1.5 : 2 = x : 2.2$

$2x = 3.3$

$\therefore\ x = 1.65(\mathrm{m})$

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$

$\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

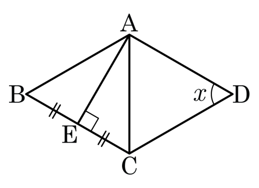
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$x + x = 60°$

$\therefore x = 30°$

10. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점 E 를 이었더니 $\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{ACE}$가 되었다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?

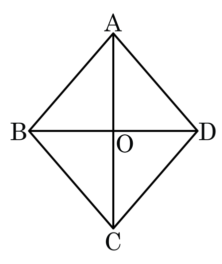


① 40°　② 50°　③ 60°
④ 70°　⑤ 80°

해설

$\angle\mathrm{ABC} = x$ 이고 $\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{ACE}$ 이므로 $\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{ACE}$ 이다.
마름모의 대각선은 내각의 이등분선이므로 $\angle\mathrm{C} = 2x$ 이다.
따라서 $2x + x = 180°, x = 60°$ 이다.

11. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건의 개수는?



보기

㉠ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉣ $\angle ADC = 90°$

㉤ $\angle ABC = \angle BCD$

① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

마름모가 정사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다. 따라서 $\overline{AO} = \overline{DO}$, $\angle ADC = 90°$, $\angle ABC + \angle BCD = 180°$ 이므로 $\angle ABC = \angle BCD$ 이면 된다.

12. 다음 중 닮음이 아닌 것은?

① 한 밑각의 크기가 같은 두 이등변삼각형

② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

③ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형

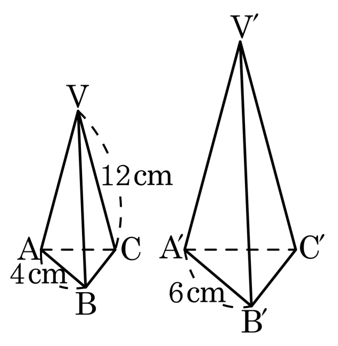
④ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형

⑤ 반지름의 길이가 다른 두 구

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

13. 다음 그림에서 두 삼각뿔 V − ABC 와 V′ − A′B′C′ 는 닮은 도형이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{VC} = 12\text{cm}$, $\overline{A'B'} = 6\text{cm}$,$\angle ACB = 52°$ 일 때, $\overline{V'C'}$ 의 길이와 $\angle A'C'B'$ 의 크기를 바르게 묶어둔 것은?

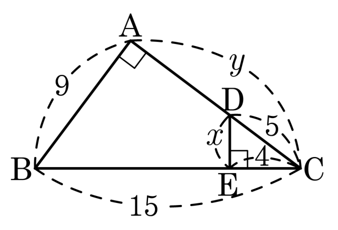


① 16cm, 50°
② 16cm, 52°
③ 17cm, 52°
④ 18cm, 50°
⑤ 18cm, 52°

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{VC} : \overline{V'C'}$
$4 : 6 = 12 : \overline{V'C'}$
$4\overline{V'C'} = 72,\ \overline{V'C'} = 18(\text{cm})$
$\angle A'C'B' = \angle ACB = 52°$

14. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?

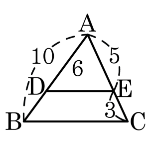


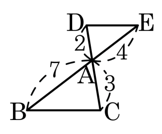
① 15　　② 16　　③ 17　　④ 18　　⑤ 19

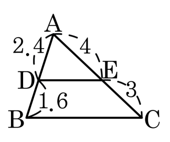
해설

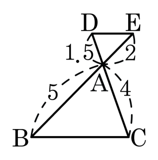
$\triangle$DEC 와 $\triangle$ABC 에서 $\angle$C는 공통,
$\angle A = \angle DEC$ 이므로 $\triangle DEC \backsim \triangle BAC$
$\overline{EC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{BC}$, $4 : 5 = y : 15$ 이므로 $y = 12$
또한, $\overline{DE} : \overline{BA} = \overline{EC} : \overline{AC}$, $x : 9 = 4 : 12$
$x = 3$　　$\therefore\ x + y = 15$

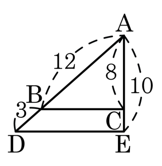
15. 다음 중 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 인 것은?

①


②


③


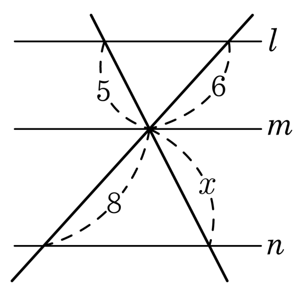
④


⑤


해설

⑤ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 라면 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이다.
$15 : 12 = 10 : 8$ 이므로 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이다.

16. 다음 그림에서 $l \mathbin{/\!/} m \mathbin{/\!/} n$일 때, x의 값은?



① $\frac{48}{5}$　② $\frac{20}{3}$　③ 7　④ 10.5　⑤ 9

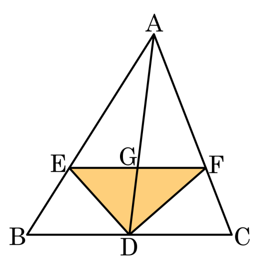
해설

$5 : x = 6 : 8$

$6x = 40$

$\therefore\ x = \frac{20}{3}$

17. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{BC} \,/\!/\, \overline{EF}$ 이다. $\triangle ABC = 126\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.

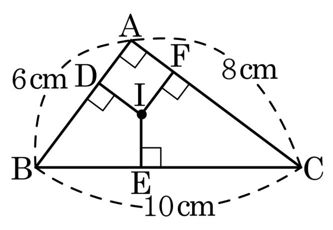


① $28\,\text{cm}^2$ ② $29\,\text{cm}^2$ ③ $30\,\text{cm}^2$
④ $31\,\text{cm}^2$ ⑤ $32\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle DEF = \frac{1}{2}\triangle AEF = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}\triangle ABC = \frac{2}{9} \times 126 = 28(\,\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,

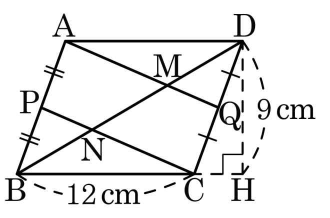
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로

$10 = (6 - x) + (8 - x)$

$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

19. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{AQ}$, $\overline{PC}$ 가 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, □APNM 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답: $27\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AC}$ 를 그어 $\overline{BD}$ 와의 교점을 점 O 라고 하면

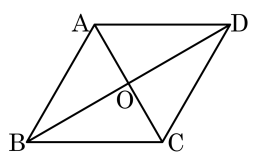
$\triangle AOM \equiv \triangle CON$

$\therefore \square APNM = \triangle APC$

$= \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 12 \times 9 = 27(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림의 □ABCD 가 항상 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것을 보기에서 골라라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$

㉡ $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle D = 70°$

㉢ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점)

㉣ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$

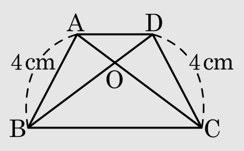
㉤ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

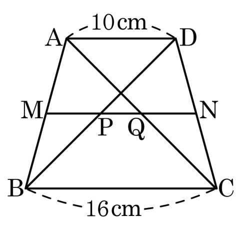
해설

㉠ 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 평행사변형이 된다.
㉡ 사각형의 내각의 합은 $360°$ 이므로 $\angle C = 110°$ 이다. 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
㉣ (반례) 등변사다리꼴



㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.

21. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 3 cm

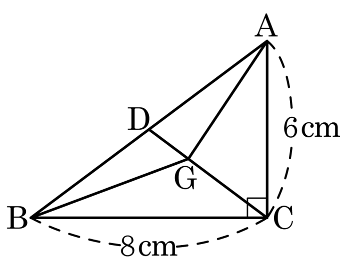
해설

$\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = 5\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ} = 8 - 5 = 3\ (\mathrm{cm})$

22. 다음 그림에서 점 G는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심이다. $\overline{AC} = 6\,cm$, $\overline{BC} = 8\,cm$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



① $4cm^2$ ② $5cm^2$ ③ $6cm^2$ ④ $7cm^2$ ⑤ $8cm^2$

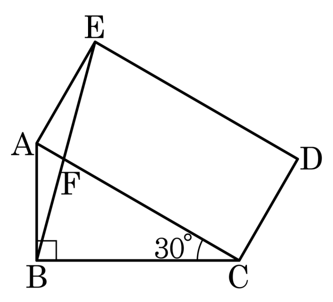
해설

$\triangle AGC = \frac{2}{3}\triangle ADC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle ABC = 24(cm^2)$

$\therefore \triangle AGC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 8(cm^2)$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

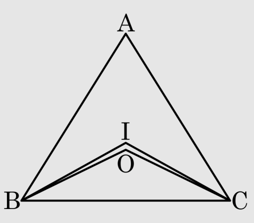
$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로
$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$
$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$
$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$
$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

24. $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심 O, 내심 I 에 대하여 $\angle BOC = 128°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답: _____ °

▷ 정답: 3°

해설



$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 128° = 64$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 64° = 122°$

$$\begin{aligned} \angle ABC &= \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) \\ &= \frac{1}{2}(180° - 64°) \\ &= 58° \end{aligned}$$

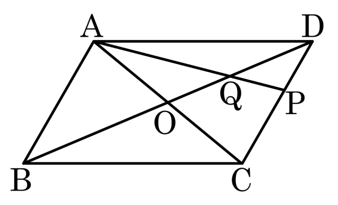
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned} \angle OBC &= \angle OCB \\ &= \frac{1}{2} \times (180° - 128°) \\ &= 26° \cdots ㉠ \end{aligned}$$

$\angle IBC = \angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 122°) = 29° \cdots ㉡$

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 29° - 26° = 3°$ 이다.

25. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 일 때, $\triangle AOQ$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



▶ 답: ______ 배

▷ 정답: $\frac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle ACD = \frac{1}{2}S$

$\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ACP = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}S\right) = \frac{3}{10}S$

그리고 $\triangle OAP = \frac{1}{2}\triangle ACP$, $\therefore \triangle OAP = \frac{3}{20}S$

또한 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 이므로 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP$

따라서 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP = \frac{5}{7}\left(\frac{3}{20}S\right) = \frac{3}{28}S$