

1. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$
- ㉡ (생략)
- ㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2(x, y \text{는 실수})$
 $x^2 + y^2 = 0$ 이려면 $x = 0, y = 0$
즉, $\alpha = 0$

2. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

3. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① -5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$ 이다.
- ② $2+3i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 3 이다.
- ③ $-3i$ 는 순허수이다.
- ④ $1-2i$ 의 켤레 복소수는 $-1+2i$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $a+bi$ 가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$ 의 켤레 복소수는 $1+2i$ 이다.

4. 제곱해서 $5 - 12i$ 가 되는 복소수는?

① $\pm(2 + 3i)$

② $\pm(2 - 3i)$

③ $\pm(3 - 2i)$

④ $\pm(3 + 3i)$

⑤ $\pm(3 + 3i)$

해설

구하려는 복소수를 $a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ 에서

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에 a^2 을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서 $a^2 = 9$ 또는 $a^2 = -4$ 이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데 a 는 실수이므로 $a = \pm 3$ 이고, $b = \mp 2$ 이다.

따라서 구하는 복소수는 $\pm(3 - 2i)$ 이다.

5. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i$ 에서

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

6. $1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} + \frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} + \frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \\ &= \{1 + (-i) + (-1) + i\} + \{1 + (-i) + (-1) + i\} + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

7. $i - 2i^2 + 3i^3 - 4i^4 + 5i^5 - 6i^6 + \cdots - 100i^{100} = a + bi$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -100 ② -50 ③ 0 ④ 25 ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned} \text{준식} &= i + 2 - 3i - 4 + 5i + 6 - 7i - 8 + \cdots \\ &= \{ (1 + 5 + 9 + \cdots + 97) - (3 + 7 + \cdots + 99) \} i \\ &\quad + \{ (2 + 6 + \cdots + 98) - (4 + 8 + \cdots + 100) \} \\ &= (1225 - 1275)i + (1250 - 1300) = -50 - 50i \text{ 따라서 } a = -50, \\ &b = -50 \text{ 이므로 } a + b = -100 \end{aligned}$$