

1.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $\bar{\beta}$  는  $\beta$  의 쥘레복소수이다.)

㉠  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0, \beta = 0$  이다.

㉡  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  또는  $\beta = 0$  이다.

㉢  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

### 해설

㉠ 반례 :  $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢  $\alpha = x + yi$  라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\text{즉, } \alpha = 0$$

2.  $z = 1 + i$  일 때,  $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$  의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켈레복소수)

①  $1 + i$

②  $1 - i$

③  $1$

④  $i$

⑤  $-i$

해설

$z = 1 + i$  이면  $\bar{z} = 1 - i$  이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

3. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

①  $-5$ 의 제곱근은  $\pm\sqrt{5}i$ 이다.

②  $2 + 3i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 3이다.

③  $-3i$ 는 순허수이다.

④  $1 - 2i$ 의 켤레 복소수는  $-1 + 2i$ 이다.

⑤ 두 실수  $a, b$ 에 대하여 복소수  $a + bi$ 가 실수가 되려면  $b = 0$ 이어야 한다.

해설

④  $1 - 2i$ 의 켤레 복소수는  $1 + 2i$ 이다.

4. 제곱해서  $5 - 12i$  가 되는 복소수는?

①  $\pm(2 + 3i)$

②  $\pm(2 - 3i)$

③  $\pm(3 - 2i)$

④  $\pm(3 + 3i)$

⑤  $\pm(3 + 3i)$

### 해설

구하려는 복소수를  $a + bi$  ( $a, b$  는 실수)로 놓으면

$$(a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi \text{ 에서}$$

$$a^2 - b^2 + 2abi = 5 - 12i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$a^2 - b^2 = 5, 2ab = -12 \text{ 에서}$$

$$ab = -6, b = -\frac{6}{a} \text{ 이므로}$$

$$a^2 - \left(-\frac{6}{a}\right)^2 = 5, a^2 - \frac{36}{a^2} = 5$$

양변에  $a^2$  을 곱하면

$$a^4 - 5a^2 - 36 = 0, (a^2 - 9)(a^2 + 4) = 0$$

따라서  $a^2 = 9$  또는  $a^2 = -4$  이므로

$$a = \pm 3 \text{ 또는 } a = \pm 2i$$

그런데  $a$  는 실수이므로  $a = \pm 3$  이고,  $b = \mp 2$  이다.

따라서 구하는 복소수는  $\pm(3 - 2i)$  이다.

5. 두 복소수  $z_1 = a + (3b - 1)i$ ,  $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여  $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

6.  $1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} + \frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8}$  을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} + \frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \\ &= \{1 + (-i) + (-1) + i\} + \{1 + (-i) + (-1) + i\} + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

7.  $i - 2i^2 + 3i^3 - 4i^4 + 5i^5 - 6i^6 + \dots - 100i^{100} = a + bi$  라고 할 때,  $a + b$  의 값은?

- ① -100      ② -50      ③ 0      ④ 25      ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned}
 \text{준식} &= i + 2 - 3i - 4 + 5i + 6 - 7i - 8 + \dots \\
 &= \{(1 + 5 + 9 + \dots + 97) - (3 + 7 + \dots + 99)\}i \\
 &\quad + \{(2 + 6 + \dots + 98) - (4 + 8 + \dots + 100)\} \\
 &= (1225 - 1275)i + (1250 - 1300) = -50 - 50i \text{ 따라서 } a = -50, \\
 &b = -50 \text{ 이므로 } a + b = -100
 \end{aligned}$$