

1. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x-5+i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x-5, b = 1$$

$$\therefore a+b = 2x-4$$

2. 등식 $2x + (y + 1)i = 6 - i$ 를 만족하는 실수 x, y 의 값은?

- ① $x = 3, y = -2$ ② $x = 3, y = 0$ ③ $x = 4, y = -2$
④ $x = 4, y = 0$ ⑤ $x = -1, y = 4$

해설

$$(2x - 6) + (y + 2)i = 0$$

x, y 는 실수이므로, $2x - 6 = 0, y + 2 = 0$

$$\Rightarrow x = 3, y = -2$$

3. $(4 + 3i)^2 - (4 - 3i)^2$ 의 값은?

① 0

② 24

③ 48

④ $24i$

⑤ $48i$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3i)^2 - (4 - 3i)^2 \\ &= 16 + 24i - 9 - (16 - 24i - 9) \\ &= 48i \end{aligned}$$

4. $\sqrt{(-1)^2} + i^2 - \frac{1}{i}$ 를 계산하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 0

③ 1

④ $-i$

⑤ i

해설

(준식) $= 1 - 1 + i = i$

5. $\alpha = 1 + i, \beta = 1 - i$ 일 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① i

② $-i$

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1-i)^2 + (1+i)^2}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(1-2i+i^2) + (1+2i+i^2)}{1-i^2} \\ &= \frac{2+2i^2}{1-(-1)} = \frac{2-2}{2} = 0\end{aligned}$$

6. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

7. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

㉠ -1 ㉡ 0 ㉢ 1 ㉣ 2 ㉤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$$

$$= 2k - 2i - 2ki$$

$$= 2k - (2 + 2k)i$$

허수 부분이 0이려면 $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서 $k = -1$

8. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

9. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

10. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\sqrt{5}$ ③ 0 ④ ± 5 ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \\ z &= \bar{z} \text{ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.} \\ \therefore a &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

11. 등식 $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$

② $-3+9i$

③ $3-9i$

④ $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤ $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면
 $(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$
 $(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3) = 0$
 $(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
 $a-3b+3 = 0, 3a+b = 0$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$
 $\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

12. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

13. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow z$ 가 순허수

$$\therefore x+1=0, \quad x=-1$$

14. 복소수 $(1 - xi)(1 - i)$ 가 순허수가 되도록 실수 x 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$(1 - xi)(1 - i) = (1 - x) + (-1 - x)i$
순허수이려면 실수부가 $0 \Rightarrow 1 - x = 0,$
 $x = 1$

- 15.** 등식 $(x+yi)(z-i) = 10$ 을 만족하는 자연수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3개

해설

$$(xz + y) + (yz - x)i = 10$$

$$xz + y = 10 \cdots \textcircled{7}, \quad yz - x = 0 \cdots \textcircled{8}$$

㉔을㉕에 대입

$$y(z^2 + 1) = 10$$

 z 를 기준으로 하여 순서쌍을 구해보면

$(5, 5, 1), (4, 2, 2), (3, 1, 3)$ 3개

16. $z = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$ 의 값을 구하여라. ($i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$z = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$z^{100} + \frac{1}{z^{100}} = (-i)^{100} + \frac{1}{(-i)^{100}} = 1 + 1 = 2$$

17. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\ &= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\ &= -1 - 1 - 1 = -3 \end{aligned}$$

18. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{29} + i^{30}$ 을 계산하면?

- ① $i - 1$ ② $1 - 2i$ ③ $3i - 1$ ④ $2 - 3i$ ⑤ $i + 3$

해설

$$\begin{aligned} i + i^2 + i^3 + i^4 &= i - 1 - i + 1 = 0 \\ i^{4k} &= 1, \quad i^{4k+1} = i, \quad i^{4k+2} = -1, \quad i^{4k+3} = -i \\ \therefore i + i^2 + i^3 + \dots + i^{29} + i^{30} &= i^{29} + i^{30} \\ &= i + i^2 \\ &= i - 1 \end{aligned}$$

19. 다음 중 그 값이 $i+i^2+i^3+\cdots+i^{114}$ 의 값과 같은 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

- ① $i+i^3+i^5+i^7+i^9+i^{11}$
- ② $i+i^4+i^7+i^{10}+i^{13}+i^{16}$
- ③ $i^2+i^5+i^8+i^{11}+i^{14}+i^{17}$
- ④ $i^3+i^6+i^9+i^{12}+i^{15}+i^{18}$
- ⑤ $\frac{1}{i}+\frac{1^2}{i}+\frac{1^3}{i}+\frac{1^4}{i}+\frac{1^5}{i}+\frac{1^6}{i}$

해설

i^n 의 주기성을 묻는 문제이다.
 $i=i, i^2=-1, i^3=i^2i=-i, i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1$
이므로 곱에 대하여 주기가 4인 규칙을 지닌다.

(준식) $= (i+i^2+i^3+i^4) + (i^5+i^6+i^7+i^8) + \cdots + (i^{109}+i^{110}+i^{111}+i^{112}) + i^{113}+i^{114}$
 $= (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + \cdots + (i-1-i+1) + i-1$
 $= i-1$

① (준식) $= (i-i+i-i) + i-i = 0$
② (준식) $= (i+1-i-1) + i+1 = i+1$
③ (준식) $= (-1+i+1-i) - 1+i = -1+i$
④ (준식) $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$
⑤ (준식) $= (-i-1+i+1) - i-1 = -i-1$

20. 두 복소수 $\alpha = a - 2i$, $\beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$ 를 만족하는 실수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -6$

해설

$$\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$$

$$(a - 2i) + (5 - bi) = 3 + 2i$$

$$(a + 5) - (2 + b)i = 3 + 2i$$

$$\therefore a = -2, b = -4$$

$$\therefore a + b = -6$$