

1. 세 수 $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 거듭제곱을 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수 : $2^2 \times 3$

▷ 정답 : 최소공배수 : $2^3 \times 3 \times 5^2$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

2. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를 a , 최소공배수를 b 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 1456 ② 1460 ③ 1462 ④ 1468 ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{ 에서}$$

최대공약수는 2×7 , 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$ 이므로

$a = 14$, $b = 1470$ 이다.

따라서 $b - a = 1470 - 14 = 1456$ 이다.

3. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2 \times 3 \quad \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3

최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

4. 두 유리수 -0.5 와 $\frac{5}{3}$ 사이에 있는 분수 중 분모가 6 인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

-0.5 와 $\frac{5}{3}$ 를 분수로 나타내면 다음과 같다.

$$-0.5 = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2} = -\frac{3}{6}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$

이 때, 위의 두 유리수 사이에 있으며, 분모가 6인, 정수가 아닌 유리수를 모두 써보면 다음과 같다.

$$-\frac{2}{6}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, -\frac{2}{6}, -\frac{3}{6}, -\frac{4}{6}, -\frac{5}{6}, -\frac{7}{6}, -\frac{8}{6}, -\frac{9}{6}$$

이 중에서 기약분수인 것을 모두 골라보면 $-\frac{1}{6}, -\frac{5}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}$ 이므로, 4 개 이다.

5. $-\frac{5}{2} < x \leq \frac{21}{4}$ 인 정수 x 는 모두 몇 개인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$-\frac{5}{2}$ 보다 크고 $\frac{21}{4}$ 보다 작거나 같은 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이다.
따라서 8개이다.

6. 두 유리수 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 유리수 중에서 분모가 3 인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$\frac{2}{3} < 1$, $3 < \frac{7}{2} < 4$ 이므로
 $\frac{2}{3}$ 과 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 분모가 3 인 기약분수는
 $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{3}$, $\frac{10}{3}$ 의 5 개이다.

7. 1이 아닌 세 정수 p, q, r 에 대하여 $|p| < |q| < |r|$, $pqr = -30$, $p+q+r = 0$ 일 때, $p^2 + q^2 + r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$|p| < |q| < |r|$ 이고 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로,
 $|p| = 2$, $|q| = 3$, $|r| = 5$ 이다.
 $\therefore p^2 + q^2 + r^2 = 4 + 9 + 25 = 38$

8. $a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{23}{15}$ 을 만족하는 자연수 a, b, c, d 의 값에 대해서

$d - a - b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 또는 +4

해설

$$\frac{23}{15} = 1 + \frac{8}{15} = 1 + \frac{1}{\frac{15}{8}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{7}{8}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{7}}} = 1 +$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{8}{7}}}$$

$$a = 1, b = 1, c = 1, d = 7$$

$$\therefore d - a - b - c = 7 - 1 - 1 - 1 = 4$$

9. $x < |a|$ 에 대하여 a 는 자연수이고 x 는 유리수이다. x 의 값이 될 수 있는 수 중 분모가 11 인 기약분수의 개수가 360 개일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

해설

$x < |a|$ 이므로 분모가 11 인 기약분수 중 양수의 수는 180 개이다.
분모가 11 인 기약분수는 11 개의 수 중에 10 개씩 있으므로
 $a = \frac{198}{10} = 18$ 이다.