

1. 다음 중 소인수분해가 옳지 않은 것은?

① $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

② $16 = 4^2$

③ $108 = 2^2 \times 3^3$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $168 = 2^3 \times 3 \times 7$

해설

②, $16 = 2^4$

2. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

3. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

4. 소인수분해를 이용하여 두 수의 최소공배수를 구하여라.

20, 45

▶ 답:

▷ 정답: 180

해설

$$20 = 2^2 \times 5, 45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{최소공배수} : 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

5. 다음 중 12의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이다.

6. <보기>의 수 중에서 합성수를 모두 골라라.

보기

2 4 5 7 9 11 12

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 9

▷ 정답: 12

해설

보기의 수 중 합성수는 4, 9, 12 이다.

7. $96 \times m = n^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$96 = 2^5 \times 3 \text{ 이므로 } m = 2 \times 3$$

$$2^5 \times 3 \times (2 \times 3) = 2^6 \times 3^2, n = 2^3 \times 3 = 24$$

$$m = 6, n = 24$$

$$\therefore m + n = 30$$

8. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

9. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고

$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 1$, $b = 2$

10. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m

② 16m

③ 18m

④ 20m

⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,

$$48 = x \times \square, 32 = x \times \triangle$$

x 는 48과 32의 최대공약수이므로

$$48 = 2^4 \times 3, 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 2^4 = 16 \text{ (m)}$$

11. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고 최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

12. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

13. 가로와 길이가 140cm, 세로의 길이가 105cm, 높이가 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 107

② 108

③ 109

④ 110

⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

140, 105, 210의 최대공약수이므로

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7, 105 = 3 \times 5 \times 7, 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

최대공약수는 $5 \times 7 = 35$

$$\therefore a = 35$$

정육면체의 개수는

$$(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 72$$

$$\therefore a + b = 107$$

14. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6

② 12

③ 18

④ 24

⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.

이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

15. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 때, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

- ① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초
④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.

따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초이다.

16. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 60

② 61

③ 62

④ 63

⑤ 64

해설

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는 $60 + 3 = 63$ 이다.

17. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

18. 다음 중 옳은 것은?

- ① 6 과 21 은 서로소이다.
- ② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설

- ① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
- ② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

19. 세 수 12, 18, a 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

20. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

① 16 바퀴

② 18 바퀴

③ 20 바퀴

④ 21 바퀴

⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.

같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로

다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.