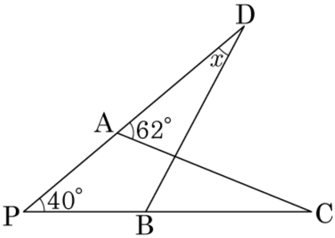
1. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 21 ° ② 22 ° ③ 23 °

④ 24 ° ⑤ 25 °

해설

$\angle APC + \angle ACP = \angle DAC$

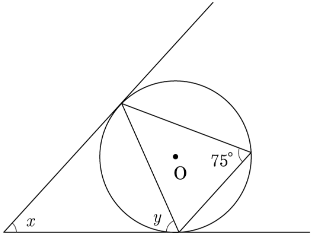
$40\,° + \angle ACP = 62\,°$

$\therefore\ \angle ACP = 22\,°$

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각은 같아야 하므로

$\angle x = 22\,°$

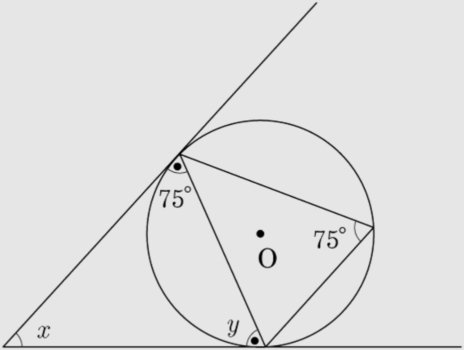
2. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 105 ° ② 110 ° ③ 120 °

④ 125 ° ⑤ 135 °

해설



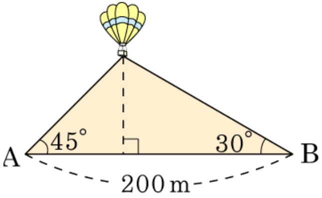
접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $\angle y = 75°$

두 접선의 길이가 같으므로

$\angle x = 180° - 75° \times 2 = 30°$

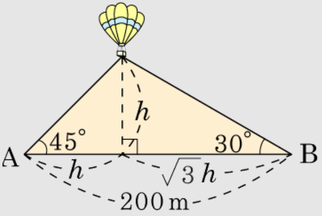
따라서 $\angle x + \angle y = 105°$이다.

3. 다음 그림과 같이 200 m 떨어져 있는 지면 위의 두 지점 A, B 에서 기구를 올려다 본 각의 크기가 각각 45°, 30° 이었다. 지면으로부터 기구까지의 높이는?



① $100(\sqrt{3}-1)$ m
② $100\sqrt{2}$ m
③ $100\sqrt{3}$ m
④ 200 m
⑤ $100(\sqrt{3}+1)$ m

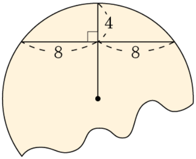
해설



높이를 h 라 하면 $h+\sqrt{3}h=200$

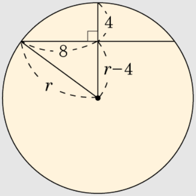
$(\sqrt{3}+1)h=200 \therefore h=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)$ m

4. 다음 그림과 같이 원모양의 토기 파편이 있을 때, 이 토기의 지름의 길이는?



① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

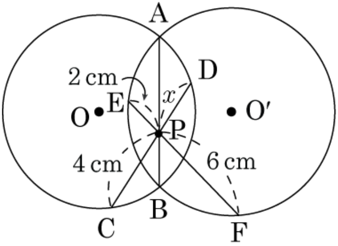


그림에서

$$
\begin{aligned}
r^2 &= 8^2 + (r-4)^2 \\
r^2 &= 64 + r^2 - 8r + 16 \\
8r &= 80 \\
\therefore\ r &= 10
\end{aligned}
$$

따라서 토기의 지름의 길이는 $2 \times 10 = 20$ 이다.

5. 점 A, B 에서 만나는 두 원에서 공통현 $\overline{AB}$ 위의 점 P 를 지나는 두 현을 각각 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 라 한다. $\overline{PC}=4cm$, $\overline{PE}=2cm$, $\overline{PF}=6cm$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



① 1cm　　② 1.5cm　　③ 2cm

④ 2.5cm　　⑤ 3cm

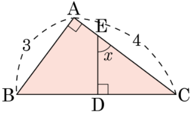
해설

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$ 이므로 $\overline{PA}\times\overline{PB}=4\times\overline{PD}$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$ 이므로 $\overline{PA}\times\overline{PB}=2\times6=12$

$\therefore\ \overline{PA}\times\overline{PB}=4\times\overline{PD}=12$ 이므로 $\overline{PD}=3(cm)$

6. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



① $\frac{3}{5}$　② $\frac{4}{5}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$\triangle EDC \backsim \triangle BAC$(AA 닮음) 이므로

$\angle DEC = \angle ABC$ 이다.

따라서 $\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$ 이다.

7. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 $\sin 90° + \cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

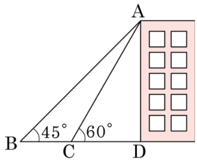
① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면, $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$

$8 - 22 + a = 0, \ a = 14$

8. 다음 그림과 같이 한 지점 B 에서 건물 옥상의 한 지점 A 를 올려다 본 각이 45° 이고 다시 B 지점에서 건물쪽으로 10m 걸어간 지점 C 에서 A 지점을 올려다 본 각이 60° 일 때, 건물의 높이 $\overline{\mathrm{AD}}$ 를 구하면? (단, 눈의 높이는 무시한다.)

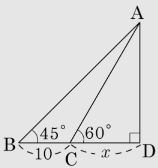


① $5\left(2+\sqrt{2}\right)$ m ② $5\left(2+\sqrt{3}\right)$ m ③ $5\left(3+\sqrt{2}\right)$ m

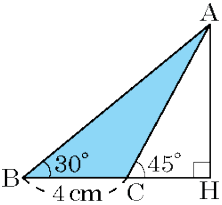
④ $5\left(3+\sqrt{3}\right)$ m ⑤ $5\left(3+\sqrt{5}\right)$ m

해설

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AD}} &= \frac{10}{\tan 45° - \tan(90° - 60°)} \\ &= \frac{10}{\tan 45° - \tan 30°} = \frac{10}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} \\ &= 5\left(3+\sqrt{3}\right)\ (\mathrm{m})\end{aligned}$$



9. 다음 그림에서 $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30°$, $\angle ACH = 45°$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



① 5cm^2 ② 7cm^2 ③ $3(\sqrt{2}+1)\text{cm}^2$

④ $3(3-\sqrt{2})\text{cm}^2$ ⑤ $4(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AH} = x\text{cm}$라 하면 $\overline{CH} = x\text{cm}$

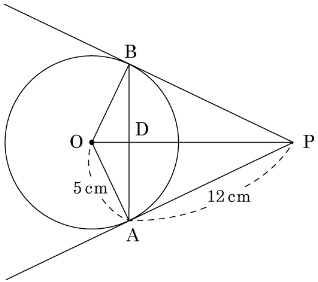
$\triangle ABH$에서 $\tan 30° = \dfrac{x}{4+x} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3}x = 4 + x$, $(\sqrt{3}-1)x = 4$

$\therefore\ x = \dfrac{4}{\sqrt{3}-1} = 2(\sqrt{3}+1)$

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2(\sqrt{3}+1) = 4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\overline{PA} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 24cm ② $\dfrac{192}{2}$cm ③ $\dfrac{120}{13}$cm
④ $\dfrac{124}{5}$cm ⑤ 25cm

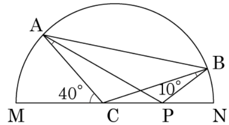
해설

삼각형 PAO 는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 13\text{cm}$ 이다.
또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로

$\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 12 \times 5 = 13 \times \overline{AD}$ $\therefore \overline{AD} = \dfrac{60}{13}\text{cm}$

따라서 수선 OD 는 현 AB 를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = \dfrac{120}{13}\text{cm}$ 이다.

11. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. □ACPB 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10°$, $\angle APC = 30°$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,

$\angle APC = 30°$,

$\angle AOC = 2\angle APC = 60°$ (원주각과 중심각),

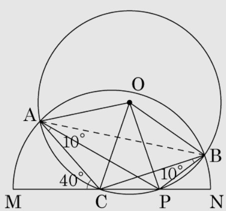
$\angle COP = 2\angle CAP = 20°$ (원주각과 중심각)

$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,

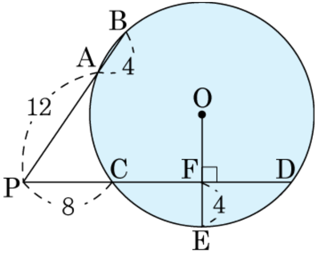
$\therefore\ \angle AOC = \angle COB = 60°$,

$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40°$

$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$



12. 다음 그림과 같이 원 O 의 외부에 한 점 P 에서 두 직선을 그어 원 O 와 만난 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 점 O 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 에 내린 수선의 발을 F , $\overline{\mathrm{OF}}$ 의 연장선과 원 O 와 만난 점을 E 라 한다. $\overline{\mathrm{PA}} = 12$, $\overline{\mathrm{AB}} = 4$, $\overline{\mathrm{PC}} = 8$, $\overline{\mathrm{EF}} = 4$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?



① 100 ② 100π ③ $\dfrac{100}{3}\pi$

④ $\dfrac{100}{3}$ ⑤ $100\sqrt{3}\pi$

해설

1) $8(8+\overline{\mathrm{CD}}) = 12(12+4)$

$\overline{\mathrm{CD}} = 16$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{FD}} = 8$

2) 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{\mathrm{OE}}=\overline{\mathrm{OD}} = \mathrm{r}$

$\overline{\mathrm{OF}}=\mathrm{r}-4$

$r^2 = (r-4)^2 + 8^2$

$\therefore\ r = 10$

따라서 $S = 100\pi$ 이다.

13. $\sin^2 1° + \sin^2 2° + \sin^2 3° + \cdots + \sin^2 89° + \sin^2 90°$ 의 값을 구하여라.

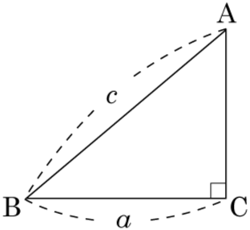
① 45 ② $\dfrac{91}{2}$ ③ 46 ④ $\dfrac{93}{2}$ ⑤ 47

해설

$$\sin^2 1° = \cos^2 89°$$
$$\sin^2 2° = \cos^2 88°$$
$$\vdots$$
$$\sin^2 44° = \cos^2 46°$$

$$\begin{aligned} \therefore\ (\text{준식}) &= \cos^2 1° + \cos^2 2° + \cdots + \cos^2 44° \\ &\quad + \sin^2 44° + \cdots + \sin^2 2° + \sin 1° \\ &\quad + \sin^2 45° + \sin^2 90° \\ &= 1 \times 44 + \frac{1}{2} + 1 \\ &= \frac{91}{2} \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



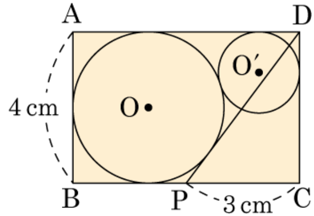
① $a\cos B$ ② $c\sin A$ ③ $\dfrac{a}{\cos B}$

④ $a\tan B$ ⑤ $\dfrac{ac}{\sin A}$

해설

$\sin B$, $\tan B$를 이용하여 푼다.

15. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외접하고 원 O′ 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O′ 의 반지름은?



① $(8+4\sqrt{3})$ cm ② $(8-4\sqrt{3})$ cm ③ $(4+2\sqrt{3})$ cm

④ $(4-2\sqrt{3})$ cm ⑤ 1 cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

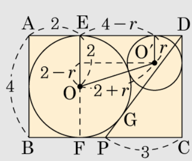
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2+4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$

또 $\overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$

$\overline{ED} = \overline{DG}$ 이므로 $x + 3 = 5 - x$, $x = 1$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6$ (cm)



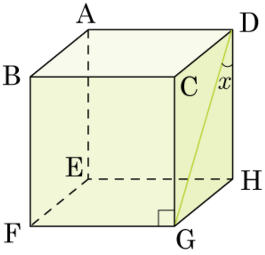
원 O′ 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$

$r^2 - 16r + 16 = 0$

$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$

16. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 2 인 정육면체에서 $\angle \mathrm{GDH}$ 가 x 일 때, $\cos x$ 의 값이 $\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{\mathrm{DG}}=2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{DH}}=2$ 이므로

$$\cos x=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $a+b=4$ 이다.

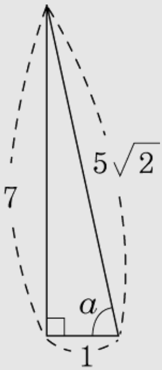
17. 직선 $y=-7x+7$ 이 x 축의 음의 방향과 이루는 예각의 크기를 a 라고 할 때, $\tan a$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

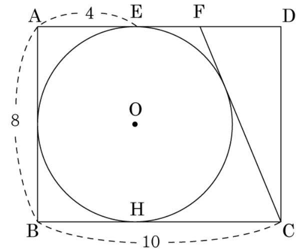
해설

주어진 직선의 기울기는 -7 이므로 빗변의 길이는 $\sqrt{1^2+7^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ 이다.



따라서 $\tan a=\frac{7}{1}=7$ 이다.

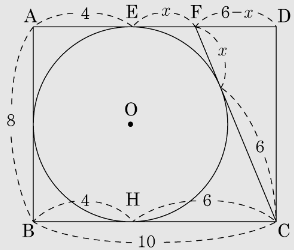
18. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{CF}}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{\mathrm{CF}} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해

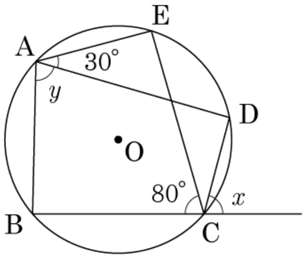
$\overline{\mathrm{CF}}^2 = \overline{\mathrm{DF}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2$

$(x+6)^2 = (6-x)^2 + 8^2$

$\therefore x = \frac{8}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{CF}} = \frac{26}{3}$

19. 다음 그림에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad{}^\circ}$

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad{}^\circ}$

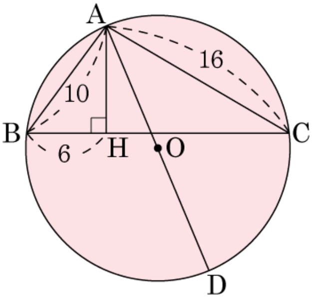
▷ 정답 : $x = 70\underline{{}^\circ}$

▷ 정답 : $y = 70\underline{{}^\circ}$

해설

사각형 ABCE가 원에 내접하므로 $y^\circ + 30^\circ + 80^\circ = 180^\circ$ $\therefore$ $y^\circ = 70^\circ$ $x^\circ = 70^\circ$

20. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 이다. $\overline{AB}=10$, $\overline{BH}=6$, $\overline{AC}=16$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



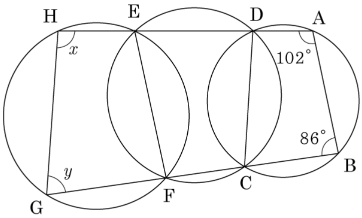
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AH}=8$ 이다.
또한, $\overline{CD}$ 를 연결하면 원주각 $\angle H = \angle C = 90°$, $\angle ABH = \angle ADC$ (5.0pt$\overset{\frown}{AC}$의 원주각) 으로 같으므로
$\triangle ABH \backsim \triangle ADC$
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC} \Rightarrow 10 : \overline{AD} = 8 : 16$ 이므로
$\overline{AD} = 20$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{}$ °

▷ **정답 :** $172\underline{°}$

해설

$\angle ADC = 94°$

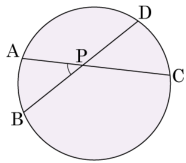
$\angle x = \angle EFC = \angle ADC = 94°$

$\angle DCB = 78°$

$\angle y = \angle EFC = \angle ADC = 78°$

$\therefore \angle x + \angle y = 94° + 78° = 172°$

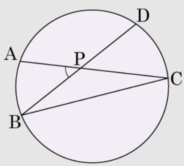
22. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$ 이고, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 의 길이는 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 $\frac{19}{18}$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 74 °

해설



5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 원둘레의 $\frac{1}{5}$ 이므로

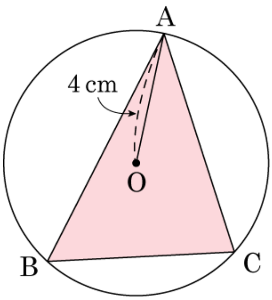
$\angle ACB = \frac{1}{2} \times 360° \times \frac{1}{5} = 36°$

5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 는5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 $\frac{19}{18}$ 이므로

$\angle CBD = \angle ACB \times \frac{19}{18} = 36° \times \frac{19}{18} = 38°$

$\angle APB = \angle ACB + \angle CBD = 36° + 38° = 74°$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이고, 외접원 O 의 반지름의 길이가 4cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $12 + 4\sqrt{3}$

해설

$\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이므로

5.0pt$\overset{\frown}{AB}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ $= 5 : 3 : 4$ 이다.

$\angle A = \frac{3}{12} \times 180° = 45°$

$\angle B = \frac{4}{12} \times 180° = 60°$

$\angle C = \frac{5}{12} \times 180° = 75°$

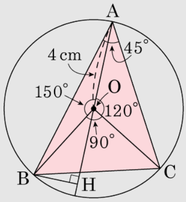
$\Rightarrow \angle BOC = 90°, \angle COA = 120°, \angle AOB = 150°$

$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{BH}$ ($\overline{BH}$는 삼각형의 높이)

$\overline{BH} = 10 \sin 30°$ 이므로

$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4$

같은 방법으로 $\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60° = 4\sqrt{3}$, $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 90° = 8$



따라서 $\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC$

$= 4 + 4\sqrt{3} + 8 = 12 + 4\sqrt{3}$ 이다.