

1. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① -2 는 -16 의 네제곱근이다.
- ② 4 는 16 의 세제곱근이다.
- ③ 8 의 세제곱근은 2 뿐이다.
- ④ 81 의 네제곱근은 $3, -3$ 이다.
- ⑤ -4 는 -64 의 세제곱근이다.

해설

- ① $(-2)^4 = 16 \neq -16$ 이므로 -2 는 -16 의 네제곱근이 아니다.
- ② $4^3 = 64 \neq 16$ 이므로 4 는 16 의 세제곱근이 아니다.
- ③ 8 의 세제곱근을 x 라 하면 $x^3 = 8$ 이므로
$$x^3 - 8 = 0$$
$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0$$
$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -1 \pm \sqrt{3}i$$
따라서, 8 의 세제곱근은 2 외에도 $-1 + \sqrt{3}i, -1 - \sqrt{3}i$ 가 있다.
- ④ 81 의 네제곱근을 x 라 하면 $x^4 = 81$ 이므로
$$x^4 - 81 = 0$$
$$(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$$
$$(x + 3)(x - 3)(x^2 + 9) = 0$$
$$\therefore x = \pm 3 \text{ 또는 } x = \pm 3i$$
따라서, 81 의 네제곱근은 $3, -3$ 외에도 $3i, -3i$ 가 있다.
- ⑤ $(-4)^3 = -64$ 이므로 -4 는 -64 의 세제곱근이다.

2. $\sqrt[3]{-\sqrt{128}}$ 을 간단히 하면?

① 2

② -2

③ $-2\sqrt[4]{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ 허수

해설

$$\sqrt{128} = (2^7)^{\frac{1}{2}} = 2^3 \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{(-2^3 \sqrt{2})} = \sqrt[3]{(-2)^3 \sqrt{2}}$$

$$= -2\sqrt[4]{2}$$

3. $9^{\frac{2}{3}} \div 12^{\frac{1}{3}} \times 108^{\frac{1}{3}}$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & 9^{\frac{2}{3}} \div 12^{\frac{1}{3}} \times 108^{\frac{1}{3}} \\ &= (3^2)^{\frac{2}{3}} \div (2^2 \times 3)^{\frac{1}{3}} \times (2^2 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= 3^{\frac{4}{3}} \div (2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}}) \times (2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{3}{3}}) \\ &= 2^{-\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} \times 3^{\frac{4}{3} - \frac{1}{3} + \frac{3}{3}} \\ &= 2^0 \times 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

4. 다음 식을 간단히 하면?

$20^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}}$

- ① $2\sqrt{2}$
- ② 2
- ③ $\sqrt{5}$
- ④ 5
- ⑤ $\sqrt{20}$

해설

$20^{\frac{2}{3}} = (4 \times 5)^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$ 이므로
 $20^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}} = (4^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}) \times 4^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}}$
 $= (4^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{2}{3}}) \times (5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}})$
 $= 4^{\frac{2}{3} + (-\frac{2}{3})} \times (5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}})$
 $= 4^{\frac{2}{3} + (-\frac{2}{3})} \times 5^{\frac{2}{3} + (-\frac{1}{6})}$
 $= 4^0 \times 5^{\frac{1}{2}} = 1 \times \sqrt{5} = \sqrt{5}$

5. $3^x = 2$ 일 때, $(\frac{1}{9})^{-x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\frac{1}{9})^{-x} = (3^{-2})^{-x} = 3^{2x} = (3^x)^2 = 4$$

6. $\log_3(\log_4 x) = 1$ 일 때, x 의 값은?

① 3

② 4

③ 12

④ 27

⑤ 64

해설

$\log_3(\log_4 x) = 1$ 에서 $\log_4 x = 3$
 $\therefore x = 4^3 = 64$

7. $\log_9 x = -\frac{3}{2}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{27}$

해설

$$\log_9 x = -\frac{3}{2}$$

$$\iff x = 9^{-\frac{3}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

8. $\log_3(x-6)$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

- ① $x > 3$ ② $x < 3$ ③ $x < 6$ ④ $x > 6$ ⑤ $x \geq 6$

해설

$x-6 > 0$ 로부터 $x > 6$

9. $1 + \log_9 12 - \log_9 4$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\log_9 12 - \log_9 4 &= 1 + \log_9 9 + \log_9 12 - \log_9 4 \\ &= \log_9 (9 \times 12 \div 4) \\ &= \log_9 27 = \log_{3^2} 3^3 = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

10. $(\log_3 2)(\log_4 25) - \log_9 75$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\log_3 2$ ⑤ $\log_2 3$

해설

$$\begin{aligned} & (\log_3 2)(\log_4 25) - \log_9 75 \\ &= (\log_3 2)(\log_2 5) - \log_9 75 \\ &= \log_3 5 - \frac{1}{2} \log_3 75 \\ &= \log_3 \frac{5}{5\sqrt{3}} \\ &= \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

11. $2\log_3 \frac{2}{3} + \log_3 \sqrt{72} - \frac{1}{2} \log_3 8$ 을 간단히 하면?

① $\log_3 2$

② $\log_3 2 - 1$

③ $2\log_3 2 - 1$

④ $\log_3 + 1$

⑤ $2\log_3 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2\log_3 \frac{2}{3} + \log_3 \sqrt{72} - \frac{1}{2} \log_3 8 \\ &= \log_3 \left(\frac{2}{3} \right)^2 + \log_3 6\sqrt{2} - \log_3 \sqrt{8} \\ &= \log_3 \frac{4}{9} + \log_3 6\sqrt{2} - \log_3 2\sqrt{2} \\ &= \log_3 \left(\frac{4}{9} \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \\ &= \log_3 \frac{4}{3} \\ &= 2\log_3 2 - 1 \end{aligned}$$

12. $\log_2 x = \frac{1}{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} y = 2$ 일 때, $\log_x y$ 의 값은?

- ① -4 ② -1 ③ $\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\log_{\frac{1}{2}} y = -\log_2 y = 2 \text{ 이므로}$$

$$\log_x y = \frac{\log_2 y}{\log_2 x} = \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -4$$

13. 양수 A 에 대하여 $\log A = -2.341$ 일 때, 정수 부분과 소수 부분을 바르게 나타낸 것은?

- ① 정수 부분 : -1 , 소수 부분 : 0.659
- ② 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.341
- ③ 정수 부분 : -2 , 소수 부분 : 0.659
- ④ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.341
- ⑤ 정수 부분 : -3 , 소수 부분 : 0.659

해설

$$\begin{aligned} -2.341 &= -2 - 0.341 = (-2 - 1) + (1 - 0.341) \\ &= -3 + 0.659 \end{aligned}$$

따라서 정수 부분은 -3 , 소수 부분은 0.659 이다.

14. $\log x = \bar{2}.6044$ 일 때, $\log x^2$ 의 값은?

① $\bar{2}.3022$

② $\bar{3}.2088$

③ $\bar{4}.5110$

④ $\bar{5}.4890$

⑤ $\bar{6}.5110$

해설

$\log x = \bar{2}.6044 = -2 + 0.6044$ 이므로

$\log x^2 = 2 \log x$

$= 2(-2 + 0.6044)$

$= -4 + 1.2088$

$= -3 + 0.2088$

$= \bar{3} + 0.2088$

15. 수열 $\log_{10}(n+2)$ 의 제 98 항은?

① $\log_2 10$

② $\log_2 100$

③ 10

④ 1

⑤ 2

해설

$$a_n = \log_{10}(n+2) \text{ 이므로}$$

$$a_{98} = \log_{10} 100 = \log_{10} 10^2 = 2 \log_{10} 10 = 2$$

따라서 , 제 98 항은 2 이다.

16. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 4$

㉡ $(5^{\sqrt{2}}) \times (5^{\sqrt{2}}) = 25^{\sqrt{2}}$

㉢ $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3^{\sqrt{2}}$

① ㉢

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 2^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2^2 = 4$ (참)

㉡ $(5^{\sqrt{2}}) \times (5^{\sqrt{2}}) = (5 \times 5)^{\sqrt{2}} = 25^{\sqrt{2}}$ (참)

㉢ $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = (3^2)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3^{\frac{2}{\sqrt{2}}} = 3^{\sqrt{2}}$ (참)

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt[3]{-64} = -4$

② $\sqrt[4]{81} = 3$

③ $\sqrt[4]{-32} = -2$

④ $-\sqrt[3]{0.008} = -0.2$

⑤ $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) = 1$

해설

⑤ $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2})$
 $= \sqrt[3]{3^3} + \sqrt[3]{2^3} = 5$

18. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

① $x\sqrt{x}$

② $x\sqrt[4]{x}$

③ $\sqrt[8]{x}$

④ $\sqrt[8]{x^3}$

⑤ $\sqrt[8]{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

19. $\sqrt[3]{a\sqrt{a}\times\frac{a}{\sqrt[4]{a}}}$ 를 간단히 하면?

- ① $\sqrt[4]{a^3}$ ② $\sqrt[6]{a^5}$ ③ $\sqrt[13]{a^5}$ ④ $\sqrt[7]{a^8}$ ⑤ $\sqrt{a^5}$

해설

$$\begin{aligned}& \sqrt[3]{a\sqrt{a}\times\frac{a}{\sqrt[4]{a}}} \\&= \sqrt[3]{a^1\cdot a^{\frac{1}{2}}\cdot a\cdot a^{-\frac{1}{4}}} \\&= (a^{1+\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} = (a^{\frac{9}{4}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}\end{aligned}$$

20. $8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값을 2^x 라고 할 때, x 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} 8^{\frac{4}{3}} \times 4^{\frac{2}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} &= 2^4 \times 2^{\frac{4}{3}} \div 2^{\frac{1}{3}} \\ &= 2^{4+\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} = 2^5 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 5$$

21. $\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3} &= \left(\frac{3^{2\sqrt{2}}}{3^3}\right)^{2\sqrt{2}+3} \\ &= (3^{2\sqrt{2}-3})^{2\sqrt{2}+3} \\ &= 3^{(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)} \\ &= 3^{8-9} = 3^{-1} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

22. $(3 - \sqrt{2})^{-1} \times (11 + 6\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} = a$ 일 때, $\frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{3 - \sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{11 + 2\sqrt{18}}} \\ &= \frac{1}{(3 - \sqrt{2}) \times (3 + \sqrt{2})} = \frac{1}{7} \\ \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

23. $a = \frac{4}{\sqrt{2}}, b = \frac{3}{\sqrt[3]{9}}$ 일 때, $\sqrt[6]{24}$ 를 a, b 로 나타낸 것은?

- ① $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{6}}$ ④ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}$

해설

$$a = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}, b = \frac{3}{\sqrt[3]{9}} = \frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[3]{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt[6]{24} &= \sqrt[6]{8} \times \sqrt[6]{3} \\ &= \sqrt[3]{2}\sqrt{2} \times \sqrt{\sqrt[3]{3}} \\ &= \sqrt[3]{a} \times \sqrt{b} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

24. $\log(x-1)(x-2) = \log(x-1) + \log(x-2)$ 일 때, $|x-1| + |x-2|$ 를 간단히 하면?

① 3

② $2x$

③ $2-3x$ 또는 $3x-2$

④ $3-2x$

⑤ $2x-3$

해설

$x-1 > 0, x-2 > 0$ 이므로

$$|x-1| + |x-2| = x-1 + x-2 = 2x-3$$

25. $\frac{1}{2} \log_2 3 + 5 \log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \log_2 3 + 5 \log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6} \\ &= \log_2 \sqrt{3} + \log_2 4 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6} \\ &= \log_2 \frac{\sqrt{3} \times 4 \sqrt{2}}{\sqrt{6}} \\ &= \log_2 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$

26. $2^{2\log_2 2 + \log_2 5 - \frac{1}{2} \log_2 4}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} 2\log_2 2 + \log_2 5 - \frac{1}{2} \log_2 4 &= \log_2 4 + \log_2 5 - \log_2 2 \\ &= \log_2 \frac{4 \times 5}{2} = \log_2 10 \end{aligned}$$

$$\therefore 2^{2\log_2 2 + \log_2 5 - \frac{1}{2} \log_2 4} = 2^{\log_2 10} = 10$$

27. $A = \frac{\log_2(\log_2 3)}{\log_2 3}$ 일 때, 3^A 의 값은?

① 1

② 2

③ $\log_3 2$

④ $\log_2 3$

⑤ $3^{\log_2 3}$

해설

$$A = \frac{\log_2(\log_2 3)}{\log_2 3} = \log_3(\log_2 3)$$

$$3^A = 3^{\log_3(\log_2 3)} = \log_2 3$$

$$\therefore 3^A = \log_2 3$$

28. 상용로그 $\log 6.3$ 은 0.80 이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$ 일 때, $a + 10b$ 의 값은?

① 3.80 ② 4.04 ③ 4.28 ④ 4.32 ⑤ 4.43

해설

$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80$ 이고
 $\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$
 $= \log 0.063$ 이므로 $b = 0.063$
 $\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$

29. $\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 일 때, 양수 A 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

수	0	1	2	3	4	5
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5326	.5250
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378
3.5	.5441	.5435	.5465	.5478	.5490	.5502

- ① 0.3020
- ② 0.355
- ③ 1.35

- ④ 2.30
- ⑤ 2.33

해설

$\log(31.4 \times A) = 1.0471$ 에서
 $\log 31.4 + \log A = 1.0471$
 $\log A = 1.0471 - \log 31.4$
 $= 1.0471 - (1 + \log 3.14)$
 $= 1.0471 - (1 + 0.4969)(\because \text{로그표에서 } \log 3.14 = 0.4969)$
 $= -0.4498$
 $= -1 + 0.5502$
그런데 주어진 로그표에서 $\log 3.55 = 0.5502$ 이므로 $A = 0.355$ 이다.

30. $\log 80$ 의 정수 부분을 n , 소수 부분을 a 라 할 때, $10^n + 10^a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\log 80 = \log(10 \times 8) = 1 + \log 8$ 에서
 $0 < \log 8 < 1$ 이므로
 $\log 80$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\log 8$ 이다.
즉 $n = 1, a = \log 8$ 이므로
 $10^n + 10^a = 10 + 10^{\log 8} = 10 + 8 = 18$

31. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36, 0.042

해설

$$\begin{aligned}\log 4020^{10} &= 10 \log 4020 \\ &= 10 \log (4.02 \times 1000) \\ &= 10(\log 4.02 + \log 1000) \\ &= 10(0.6042 + 3) \\ &= 10 \times 3.6042 = 36.042\end{aligned}$$

32. 다음 <보기>의 상용로그 중 그 소수 부분이 $\log 55$ 의 소수 부분과 같은 것의 개수를 구하면? (단, $\log 550 = 2.7404$)

보기

㉠ $\log 5.05$

㉡ $\log 0.00055$

㉢ $\log \frac{1}{550}$

㉣ $\log(5.5 \times 10^{10})$

㉤ $\log 5.5^{10}$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\log 550$ 의 진수 550과 소숫점의 위치만 다르고 숫자의 배열이 같은 수의 상용로그의 소수 부분은 $\log 550$ 의 소수 부분과 같다. 따라서 <보기> 중 $\log 550$ 과 소수 부분이 같은 것은 ㉡, ㉣의 2개이다.

33. 첫째항이 2, 공차가 2인 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 수열 $b_n = 2^{a_n}$ 이다. 수열 $\{b_n\}$ 에서 처음으로 2000보다 커지는 항은? (단, $\log 2 = 0.3010$)
- ① 제5항 ② 제6항 ③ 제7항
④ 제8항 ⑤ 제9항

해설

$a_n = 2n$ 이므로 $b_n = 2^{2n}$
 $4^n > 2000$ 에서 $2n \log 2 > \log 2000$
 $\therefore n > \frac{3.3010}{0.6020} = 5.48 \times \times \times$
따라서 제6항부터 처음으로 2000보다 커진다.

34. 세 수 $A = \sqrt[3]{\sqrt{100}}, B = \sqrt{5}, C = \sqrt[3]{\sqrt{121}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

해설

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{100}} = \sqrt[3]{100^{\frac{1}{2}}} = 100^{\frac{1}{6}}$$

$$B = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = (5^3)^{\frac{1}{6}} = 125^{\frac{1}{6}}$$

$$C = \sqrt[3]{\sqrt{121}} = \sqrt[3]{121^{\frac{1}{2}}} = 121^{\frac{1}{6}}$$

이므로 A, B, C 의 대소 관계는 $A < C < B$ 이다

35. $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 일 때, $a + a^{-1}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 4$ 의 양변을 제곱하면 $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = 4^2$

$a + a^{-1} + 2 = 16$

$\therefore a + a^{-1} = 14$

36. 세 자연수 a, b, c 의 최대공약수가 3이고, 등식 $2^a \cdot 5^b = 400^c$ 을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$400 = 2^4 \cdot 5^2$ 이므로

$$2^a \cdot 5^b = 400^c = (2^4 \cdot 5^2)^c = 2^{4c} \cdot 5^{2c}$$

따라서, $a = 4c, b = 2c$

a, b, c 의 최대공약수가 3이므로

$$c = 3, a = 12, b = 6$$

$$\therefore a + b + c = 12 + 6 + 3 = 21$$

37. $\log_2 \sqrt{7 + \sqrt{24}}$ 의 소수부분을 x 라 할 때, 2^{x+1} 의 값을 구하면?

① $\sqrt{3} + 1$

② $\sqrt{5} + 1$

③ $\sqrt{6} + 1$

④ $\sqrt{7} + 1$

⑤ $2\sqrt{2} + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \log_2 \sqrt{7 + \sqrt{24}} \\ &= \log_2 \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} \\ &= \log_2 (\sqrt{6} + 1) \\ &= \log_2 (3 \times \times \times) \\ &= 1. \times \times \times \\ & \text{따라서, } x = \log_2 (\sqrt{6} + 1) - 1 \\ & 2^{x+1} = 2^{\log_2 (\sqrt{6} + 1)} = \sqrt{6} + 1 \end{aligned}$$

38. $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

로그의 성질을 이용하여 주어진 식 $2\log(a-2b) = \log 2b + \log(62b-a)$ 을 간단히 정리하면
 $\log(a-2b)^2 = \log 2b(62b-a)$
 $(a-2b)^2 = 2b(62b-a)$
 $a^2 - 4ab + 4b^2 = 124b^2 - 2ab$
 $a^2 - 2ab - 120b^2 = 0$
 $(a+10b)(a-12b) = 0$
 $\therefore a = -10b$ 또는 $a = 12b$
이때 진수 조건에 의하여 $a-2b > 0$, $2b > 0$, $62b-a > 0$ 이므로
 $a > 0$, $b > 0$
따라서 $a = 12b$ 이고 $\frac{a}{b} = 12$ 이다.

39. $\log a$ 의 정수 부분이 2일 때, $A = \log a \sqrt{a}$ 의 값의 범위는?

① $\frac{3}{2} \leq A < 3$

② $\frac{3}{2} < A \leq 3$

③ $2\sqrt{2} \leq A < 3\sqrt{3}$

④ $3 \leq A < \frac{9}{2}$

⑤ $3 < A \leq \frac{9}{2}$

해설

$\log a$ 의 정수 부분이 2이므로 $2 \leq \log a < 3$

$$\log a \sqrt{a} = \log a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log a$$

$$\frac{3}{2} \times 2 \leq \frac{3}{2} \log a < \frac{3}{2} \times 3$$

$$\therefore 3 \leq A < \frac{9}{2}$$

40. $x > 0, y > 0$ 인 실수 x, y 가 아래 두 조건을 만족할 때, 다음 물음에 답하여라.

- ☐

$\log x$ 와 $\log 99$ 의 정수 부분은 같다.
- ☐

$\log y$ 와 $\log 1001$ 의 정수 부분은 같다.

$\log x$ 의 소수 부분과 $\log y$ 의 소수 부분이 같을 때, $x : y$ 를 간단한 정수비로 나타내면?

- ☐

1 : 2
- ☐

1 : 3
- ☐

1 : 10
- ☒

1 : 100
- ☐

10 : 1

해설

$\log 99$ 의 정수 부분은 1이고, $\log 1001$ 의 정수 부분은 3이므로 $\log x$ 와 $\log y$ 는 다음과 같다.
 $\log x = 1 + \alpha, \log y = 3 + \alpha \ (0 \leq \alpha < 1)$
 $\therefore \log y - \log x = 2$
 $\log \frac{y}{x} = 2, \frac{y}{x} = 100, y = 100x$
 $\therefore x : y = 1 : 100$

41. $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ 일 때, 12^{30} 은 몇 자리 수인가?

① 31

② 32

③ 33

④ 34

⑤ 35

해설

$$\begin{aligned}\log_{10} 12^{30} &= 30 \log(2^2 \times 3) \\ &= 30(2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3) \\ &= 30(2 \times 0.3010 + 0.4771) \\ &= 32.3730 = 32 + 0.3730\end{aligned}$$

$\log_{10} 12^{30}$ 의 지표가 32이므로
 12^{30} 은 33자리 정수이다.

42. $\log a = 0.08$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^{20}$ 은 소수점 아래 몇 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나타나는가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\log \left(\frac{1}{a}\right)^{20} = \log a^{-20} = -20 \log a = -20 \times 0.08$$

$$= -1.6 = -2 + 0.4 = \bar{2}.4$$

따라서 지표가 -2 이므로 소수점 아래 2 째 자리에서 처음으로 0 이 아닌 숫자가 나온다.

43. 어느 비행센터에서는 대기압을 $x(\text{mmHg})$, 외부온도를 $t(^{\circ}\text{C})$ 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도 $h(\text{m})$ 는 다음과 같은 관계식으로 정해진다고 한다.

$$h = (30t + 8000) \log \frac{760}{x}$$

대기압을 15.2mmHg , 외부온도를 -30°C 로 설정할 때, 비행기 운행에 적절한 고도가 $a\text{m}$ 이다. 이때, a 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

- ① 11070
- ② 12070
- ③ 13070
- ④ 14070
- ⑤ 15070

해설

$$h = a, \ t = -30, \ x = 15.2 \circ] \text{므로}$$
$$a = \{30 \times (-30) + 8000\} \log \frac{760}{15.2}$$
$$= 7100 \log 50 = 7100(\log 100 - \log 2)$$
$$= 7100 \times 1.7 = 12070(\text{m})$$

44. a, b, p, q 가 1이 아닌 양수일 때,
 $\log_a p + \log_b q = 2$, $\log_p a + \log_q b = -1$ 이 성립한다.
 $(\log_a p)^2 + (\log_b q)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$\log_a p = A$, $\log_b q = B$ 라 하면

$$A + B = 2$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = -1$$

$$\frac{A+B}{AB} = -1$$

$$\frac{2}{AB} = -1$$

$$\therefore AB = -2$$

$$\begin{aligned} A^2 + B^2 &= (A+B)^2 - 2AB \\ &= 4 - 2 \cdot (-2) \\ &= 4 + 4 = 8 \end{aligned}$$

45. X 에 대한 이차방정식 $X^2-5X+5=0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta(\alpha > \beta)$, $a = \alpha - \beta$ 라 할 때, $\log_a \alpha + \log_a \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= 5 & \alpha\beta &= 5 \\ a = \alpha - \beta &= \sqrt{5^2 - 4 \cdot 5} = \sqrt{5} \\ \log_a \alpha + \log_a \beta &= \log_a \alpha\beta = \log_{\sqrt{5}} 5 = 2\end{aligned}$$

46. $2^{20} \cdot 3^{30}$ 의 맨 첫 자리의 수를 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\log (2^{20} \cdot 3^{30})$
 $= 20 \times \log 2 + 30 \times \log 3$
 $= 20.333$
 $20.3010 < 20.333 < 20.4771$
 $\log (10^{20} \times 2) < \log (2^{20} \cdot 3^{30}) < \log (10^{20} \times 3)$
 $2 \times 10^{20} < 2^{20} \cdot 3^{30} < 3 \times 10^{20}$
이므로 첫 자리의 수는 2

47. $\log x$ 의 정수 부분이 3 이고 $\log x$ 와 $\log \sqrt{x}$ 의 소수 부분의 합이 1 일 때, $\log x^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\log x$ 의 정수 부분이 3 이므로 $\log x = 3 + \alpha (0 \leq \alpha < 1)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\log \sqrt{x} &= \frac{1}{2} \log x = \frac{1}{2}(3 + \alpha) = \frac{3}{2} + \frac{\alpha}{2} \\ &= 1 + \frac{1 + \alpha}{2} \left(\frac{1}{2} \leq \frac{1 + \alpha}{2} < 1 \right)\end{aligned}$$

$\log x$ 와 $\log \sqrt{x}$ 의 소수 부분의 합이 1 이므로 $\alpha + \frac{1 + \alpha}{2} = 1$

$$\frac{3}{2}\alpha = \frac{1}{2} \quad \therefore \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\log x = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \text{ 이므로}$$

$$\log x^3 = 3 \log x = 3 \times \frac{10}{3} = 10$$

48. 함수 $f(x) = x - [x]$ 라 하자.(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수 이다.) 양수 a, b 에 대하여 $f(\log a) = 0, f\left(\log \frac{1}{b}\right) = 0.6$ 일 때, $f\left(\log \frac{1}{a}\right) + f(\log b)$ 의 값은?

① 0.6 ② -0.4 ③ 0.4 ④ 0.6 ⑤ 1.6

해설

$[x]$ 는 $\log x$ 의 지표이므로
 $f(\log x) = \log x - [x]$ 는 $\log x$ 의 가수를 나타낸다.
 $f(\log a) = 0$ 에서 $\log a$ 의 가수가 0 이므로
 $\log a = n$ (n 은 정수)
이때, $\log \frac{1}{a} = -\log a = -n$ 이므로 $\log \frac{1}{a}$ 의 가수는 0 이다.
즉, $f\left(\log \frac{1}{a}\right) = 0$
또, $f\left(\log \frac{1}{b}\right) = 0.6$ 에서 $\log \frac{1}{b}$ 의 가수가 0.6 이므로
 $\log \frac{1}{b} = m + 0.6$ (m 은 정수)
 $-\log b = m + 0.6$ 에서
 $\log b = -m - 0.6 = (-m - 1) + 0.4$ 이므로
 $\log b$ 의 가수는 0.4 이다.
즉, $f(\log b) = 0.4$
 $\therefore f\left(\log \frac{1}{a}\right) + f(\log b) = 0.4$

49. 사람의 기억력은 시간이 지남에 따라 점점 떨어진다. 현재의 기억량을 100이라 할 때, 현재의 기억량 중 t 개월이 지난 후까지 남은 양은 $\log_2 \frac{2^{100}}{(t+1)^k}$ (k 는 상수) 이라 한다. 9개월이 지난 후까지 남은 기억량이 현재 기억량의 $\frac{3}{4}$ 일 때, $10k$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

현재 기억량을 100이라 할 때, 9개월이 지난 후까지 남은 기억량이 현재 기억량의 $\frac{3}{4}$ 이므로 $\log_2 \frac{2^{100}}{(9+1)^k} = \frac{3}{4} \times 100$

$$100 - k \log_2 10 = 75$$
$$k = \frac{25}{\log_2 10} = 25 \log_{10} 2 = 25 \times 0.3 = 7.5$$
$$\therefore 10k = 75$$

50. 어느 도시의 방역 당국은 전염병 S 에 걸린 닭을 완전히 격리한 다음, 이 닭을 대상으로 전염병 치료제를 투여하기 시작하였다. 그 결과 전염병 S 에 걸려 격리된 닭의 수가 전날에 비해 매일 16%씩 감소했다. 처음에 전염병 S 에 걸려 격리된 닭이 a 마리였을 때, n 일 후에는 처음에 격리된 닭의 수의 5%이하가 된다. 이때, 자연수 n 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$ 이다.)

- ① 14
- ② 16
- ③ 18
- ④ 20
- ⑤ 22

해설

전염병 S 에 걸려 격리된 닭의 수가 전날에 비해 매일 16%씩 감소하여 n 일 후에 처음으로 닭의 수가 최초 전염병 S 에 걸려 격리된 닭의 수의 5%이하가 되므로

$$a(1 - 0.16)^n \leq 0.05a$$
$$0.84^n \leq \log 0.05$$

양변에 상용로그를 취하면

$$\log 0.84^n \leq \log 0.05$$
$$n \log \frac{84}{100} \leq \log \frac{5}{100}$$
$$n(-2 + 2 \log 2 + \log 3 + \log 7) \leq -2 + (1 - \log 2)$$
$$n(-2 + 2 \times 0.3010 + 0.4771 + 0.8451) \leq -2 + 1 - 0.3010$$
$$-0.0758n \leq -1.301$$
$$n \geq \frac{1.301}{0.0758} = 17.1 \times \times \times$$

$\therefore n = 18$