

1. $(3x^ay^2)^b \div (x^2y^c)^4 = \frac{27}{x^2y^6}$ 일 때, $a^2 + b - c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(3x^ay^2)^b \div (x^2y^c)^4 = \frac{27}{x^2y^6}$ 을 정리하면

$$\frac{3^b x^{ab} y^{2b}}{x^8 y^{4c}} = \frac{27}{x^2 y^6}$$

i) $3^b = 27, \quad b = 3$

ii) x^{ab} 에서 지수 ab 는 6 이 되어야 하므로

$$a = 2$$

iii) y^{4c} 에서 지수 $4c$ 는 12 가 되어야 하므로

$$c = 3$$

$$\therefore a^2 + b - c = 4$$

2. $(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{b}{x^3 y^3}$ 가 성립할 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(2xy^a)^3 \div (x^c y^2)^3 = \frac{(2^3 x^3 y^{3a})}{x^{3c} y^6} = \frac{b}{x^3 y^3} \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 8, c = 2$$

$$\therefore a + b - c = 7$$

3. $a^{13}b^9 \div (a^x b^3)^2 = a^3 b^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} a^{13}b^9 \div a^{2x}b^6 &= a^3b^y \\ 13 - 2x &= 3, 9 - 6 = y \\ x &= 5, y = 3 \\ \therefore xy &= 15 \end{aligned}$$

4. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.
따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

5. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$$\text{(준식)} = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \text{ 이므로 } \frac{20a}{a} = 20$$

6. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 3^{x+2} &= 3^6, x = 4, \\ 2^{2+6-3} &= 2^y, y = 5 \\ \therefore x+y &= 9 \end{aligned}$$

7. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} 3^{x+2} &= 3^6, x = 4, \\ 2^{2+6-3} &= 2^y, y = 5 \\ \therefore x+y &= 9 \end{aligned}$$

8. $(-64x^3y^4) \times \square \div 4x^2y^3 = -4x^2y$ 의 \square 안에 알맞은 식은?

- ① $\frac{1}{3}x$ ② $\frac{1}{4}x$ ③ $\frac{1}{5}x$ ④ $-\frac{1}{3}x$ ⑤ $-\frac{1}{4}x$

해설

$$(-64x^3y^4) \times \square \div 4x^2y^3 = -4x^2y$$

$$(-64x^3y^4) \times \square \times \frac{1}{4x^2y^3} = -4x^2y$$

$$\square = -4x^2y \times 4x^2y^3 \times \frac{1}{-64x^3y^4}$$

$$\square = \frac{1}{4}x$$

9. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

$4^9(5^{12} + 5) = 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5$
 $= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17}$
이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로
 $(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$
따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

10. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답: 자리 수

▷ 정답: 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

11. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

- ① 8자리의 수 ② 9자리의 수 ③ 10자리의 수
④ 11자리의 수 ⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

12. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

13. $-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4$ 을 간단히 하면?

- ① $-6a$ ② $6a$ ③ $\frac{1}{2}a$ ④ $-\frac{1}{2}a$ ⑤ $\frac{1}{4}a$

해설

$$-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = a^4 \times \frac{8}{a^3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2}a$$

14. $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) = x^3y^4$ 에서 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2^3}x^6y^9\right) \times \frac{1}{ax^by^c} \times \left(-\frac{8}{x^2y^3}\right) = x^3y^4 \\ & a = 1, b = 1, c = 2 \\ & \therefore a + b + c = 4 \end{aligned}$$

15. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)

① 2

② $\frac{a}{b}$

③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$

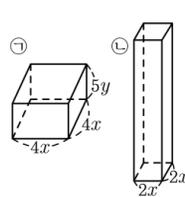
④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$

⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

16. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ㉠의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ㉠과 ㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로) \times (세로) \times (높이)이다.
 ㉠의 부피 = $(4x)^2 \times 5y = 80x^2y$
 ㉡의 부피 = $(2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이})$ 이므로
 $80x^2y = 4x^2 \times (\text{높이})$
 $\therefore (\text{높이}) = 20y$

17. 부피가 $100\pi a^3 b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4ab$

해설

$$\begin{aligned}\pi \times 5a \times 5a \times (\text{높이}) &= 100\pi a^3 b \\ (\text{높이}) &= 100\pi a^3 b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab\end{aligned}$$

18. $(-ab^3)^2 \times \left(\frac{a^3}{b}\right)^2 \div \{-(a^2b)^2\}$ 을 간단히 하면?

① a^3b^2

② $-a^4b^2$

③ $-a^2b^3$

④ $a\frac{3}{b^2}$

⑤ $-a\frac{3}{b^2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^6 \times \frac{a^6}{b^2} \times \left(-\frac{1}{a^4b^2}\right) \\ &= -a^4b^2\end{aligned}$$

20. 등식 $x^{3x} = x^{2x+4}$ 가 성립하는 자연수 x 의 값을 구하여 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^{3x} = x^{2x+4}$ 에서

(1) 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로 $3x = 2x + 4$, $\therefore x = 4$

(2) 1의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1이므로 등호가 성립한다.

즉, $x = 1$ 일 때, $1^3 = 1^6$ 이므로 항상 성립한다. $\therefore x = 1$
따라서 주어진 식을 만족하는 x 의 값을 모두 더하면 $4 + 1 = 5$ 이다.

21. $x_1 = 97$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_3 = \frac{3}{x_2}$, $x_4 = \frac{4}{x_3}$, \dots , $x_{10} = \frac{10}{x_9}$ 이라 할 때,
 $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3840

해설

$x_1 = 97$ 이고, $x_1 \times x_2 = 2$ 이고, $x_3 \times x_4 = 4$ 이다. 따라서
 $x_9 \times x_{10} = 10$ 이 된다.

$$\begin{aligned} & x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_{10} \\ &= (x_1 \cdot x_2) \times (x_3 \cdot x_4) \times \cdots \times (x_9 \cdot x_{10}) \\ &= 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 = 3840 \end{aligned}$$

22. $a = -\frac{1}{3}$, $b = 4$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{1}{4}ab\right)^3 \div (-ab^2)^2 \times 24ab^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{6}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= -\frac{1}{64}a^3b^3 \times \frac{1}{2^2b^4} \times 24ab^2 = -\frac{3}{8}a^2b \\ &= -\frac{3}{8} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times 4 = -\frac{1}{6}\end{aligned}$$

23. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

24. 등식 $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-14x} = 81^{3x+1}$ 이 성립하도록 x 값을 정할 때, 다음에서 x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

양변의 밑이 3이 되도록 바꾸면,

$$(3^{-1})^{2-14x} = (3^4)^{3x+1}$$

$$3^{-2+14x} = 3^{12x+4}$$

이므로 $-2 + 14x = 12x + 4$ 이다.

따라서 $x = 3$ 이다.

25. $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는
 $3, 9, 7, 1, \dots$ 과 같이 반복되고,
 $7, 7^2, 7^3, 7^4, \dots$ 을 10 으로 나눈 나머지는
 $7, 9, 3, 1, \dots$ 과 같이 반복된다.
 $2009 = 4 \times 502 + 1$ 이므로 3^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 3 을
10 으로 나눈 나머지 3과 같고,
 7^{2009} 을 10 으로 나눈 나머지는 7 을 10 으로 나눈 나머지 7 과
같다.
따라서 $3^{2009} + 7^{2009}$ 을 10 으로 나누면 $3 + 7 = 10$ 에서 나머지는
0 이다.