

1. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

2. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

3. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

① 4 개

② 6 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

4. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$ 이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.

따라서 $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{9}\right)^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = \left(\frac{1}{7}\right)^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

6. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 24

⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

7. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오.(단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 n 은 2×5 이다.

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$\therefore 10, 40, 90$

8. 108 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 곱해야할 가장 작은 자연수는 3

9. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

① 1, 1

② 1, 2

③ 2, 1

④ 2, 2

⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

10. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면

11, 13, 17, 19 의 4 개이다.

따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

11. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108

126

① 2×3

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×3^2

⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 54} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 27} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \underline{9}} \\ \hline \end{array}$$

3

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 21} \\ \hline \end{array}$$

7

$$108 = 2^2 \times 3^3 \quad 126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

12. 연필 28 개와 지우개 35 개모두를 가능한 한 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 7 명

해설

28 와 35 의 최대공약수는 7 이다

13. 세 수 35, 77, 110의 최소공배수를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 770

해설

$$35 = 5 \times 7$$

$$77 = 7 \times 11$$

$$\underline{110 = 2 \times 5 \times 11}$$

$$770 = 2 \times 5 \times 7 \times 11$$

$$\therefore 770$$

14. 어떤 자연수에 12 를 곱하여, 45 와 60 의 공배수가 되게 하려고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

45 와 60 의 최소공배수는 180 이다. 12 를 곱하여 180 이 나오는 수는 15 이다.

15. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.

500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

16. 가로 길이 16cm, 세로 길이 20cm, 높이 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

① 70cm

② 80cm

③ 90cm

④ 100cm

⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 20 \quad 8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 10 \quad 4} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 5 \quad 2} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$$

17. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3 인 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 60

② 61

③ 62

④ 63

⑤ 64

해설

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는 $60 + 3 = 63$ 이다.

18. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$$

최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

19. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

- ① 3 개 ② 6 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

20. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라.



답 :

명



정답 : 14명

해설

검정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : $(50 + 6)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : $(24 + 4)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. : $(100 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다.

21. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
 A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336
이다.

23. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35 의 배수의 개수는?

① 2 개

② 4 개

③ 6 개

④ 8 개

⑤ 10 개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로

약수 중 35 의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.

$$\therefore (3 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ (개)}$$

24. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m 인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120 의 최대공약수는 8이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.

∴ (필요한 말뚝의 수)

$$= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$$

$$= 11 + 12 + 15$$

$$= 38(\text{개})$$

25. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개