

1. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

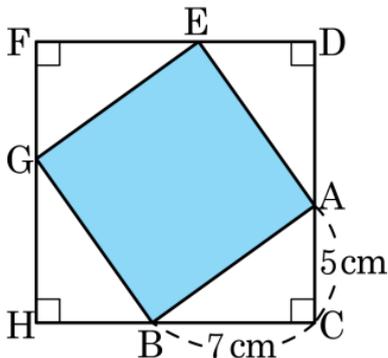
$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(계급값) \times (도수)\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

2. 다음 그림의 $\square FHCD$ 는 $\triangle ABC$ 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. $\square BAEG$ 의 넓이를 구하여라.



- ① 71 cm^2 ② 72 cm^2 ③ 73 cm^2
 ④ 74 cm^2 ⑤ 75 cm^2

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74}$$

$$\square BAEG = (\sqrt{74})^2 = 74 (\text{cm}^2)$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

② $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\tan 45^\circ = 1$

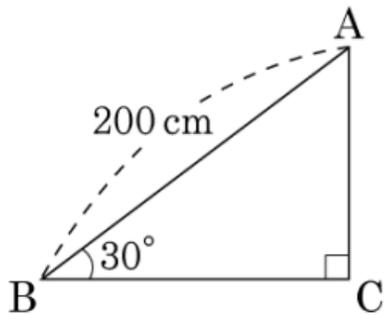
④ $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

⑤ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이다.

4. 다음 그림에서 \overline{AC} 의 길이를 구하여라.



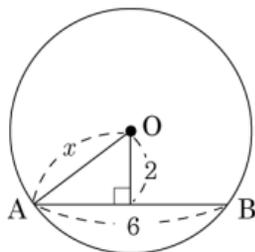
▶ 답: cm

▷ 정답: 100cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= 200 \sin 30^\circ \\ &= 200 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ cm}\end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\sqrt{13}$

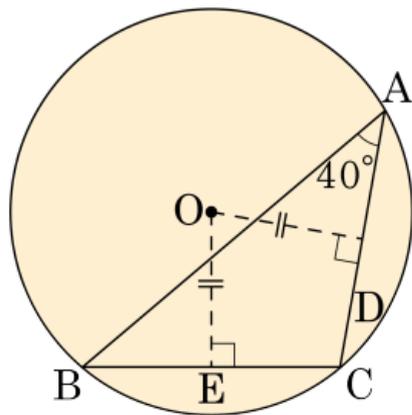
해설

점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = \overline{BH} = 3$$

$$x^2 = 3^2 + 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{13}$$

6. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE}$,
 $\angle CAB = 40^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① 50°

② 55°

③ 80°

④ 95°

⑤ 100°

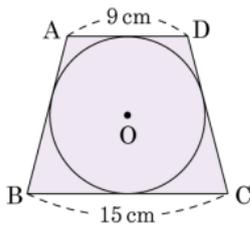
해설

중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$, 따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$$\therefore x = 180^\circ - 40^\circ \times 2 = 100^\circ$$

7. 다음 그림에서 등변사다리꼴 ABCD 가 원 O 에 외접할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: 12 cm

해설

$$\text{등변사다리꼴이므로 } \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$$

$$9 + 15 = 2\overline{AB}$$

$$\overline{AB} = 12(\text{cm})$$

8. 세 수 a, b, c 의 평균이 6일 때, 5개의 변량 8, $a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$\therefore a+b+c = 18$

따라서 5개의 변량 8, $a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

10. 4개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a + 5, b + 5, c + 5, d + 5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

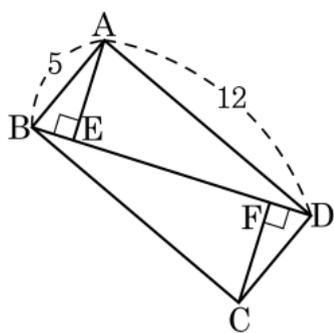
▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

$$\text{평균} : 1 \cdot 10 + 5 = 15$$

$$\text{표준편차} : |1| \cdot 3 = 3$$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



- ① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 13$

$$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}, \quad \overline{AE} = \frac{60}{13}$$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13} \text{ 이다.}$$

12. 높이가 $3\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 를 구하여라. (단, b 는 최소의 자연수)

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

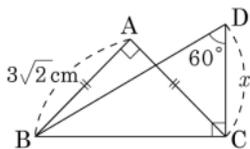
정삼각형의 한 변의 길이를 x 라고 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 3\sqrt{3}, x = 6$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore 9 + 3 = 12$$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{2}\text{cm}$

② $2\sqrt{3}\text{cm}$

③ $3\sqrt{2}\text{cm}$

④ $3\sqrt{3}\text{cm}$

⑤ $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{2}$$

$$3\sqrt{2} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{2}$$

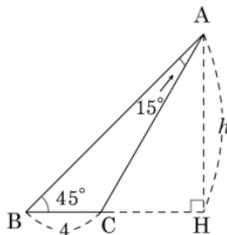
$$\overline{BC} = 6(\text{cm})$$

$$\overline{BC} : \overline{CD} = \sqrt{3} : 1$$

$$6 : x = \sqrt{3} : 1$$

$$\therefore x = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

14. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC에서 h 의 값은?



① $2(3 + \sqrt{3})$

② $2(3 - \sqrt{3})$

③ $3(3 + \sqrt{3})$

④ $2(3 + \sqrt{2})$

⑤ $3(3 + \sqrt{2})$

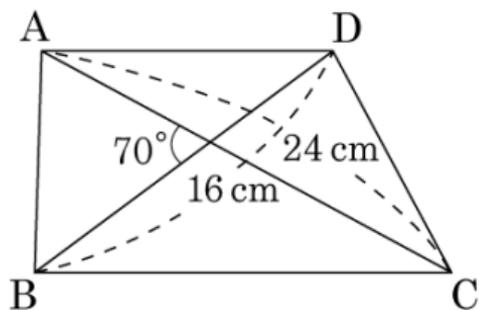
해설

$\triangle ABH$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AH} = \overline{BH} = h$ 이다.
 $\angle ACH = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ 이고,

$$\overline{AH} : \overline{CH} = \sqrt{3} : 1 = h : \overline{CH}, \overline{CH} = \frac{\sqrt{3}}{3}h \text{이다.}$$

따라서 $4 + \frac{\sqrt{3}}{3}h = h, (3 - \sqrt{3})h = 12, h = 2(3 + \sqrt{3})$ 이다.

15. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 두 대각선의 길이가 24cm, 16cm 이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 70° 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 반올림하여 일의 자리까지 구하여라. (단, $\sin 70^\circ = 0.94$)



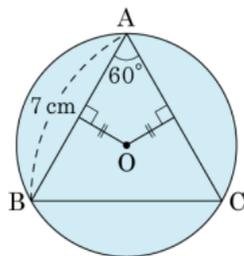
▶ 답: cm^2

▷ 정답: 180 cm^2

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{넓이}) &= \frac{1}{2} \times 16 \times 24 \times \sin 70^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times 16 \times 24 \times 0.94 \\
 &= 180.48 \approx 180(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 \overline{AB} , \overline{AC} 까지 거리가 같고, $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, \overline{BC} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

cm

▷ 정답: 7 cm

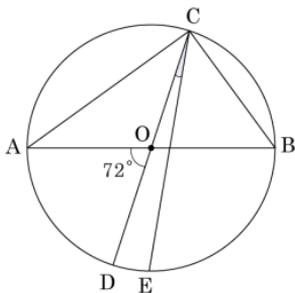
해설

원의 중심에서 \overline{AB} , \overline{AC} 까지 거리가 같으므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \angle B = \angle C = 60^\circ$$

$\therefore \triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BC} = 7(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 \overline{AB} , \overline{CD} 는 원 O 의 지름이고, \overline{CE} 는 $\angle ACB$ 의 이등분선이다. $\angle AOD = 72^\circ$ 일 때, $\angle DOE$ 의 크기는?



- ① 15° ② 16° ③ 17° ④ 18° ⑤ 19°

해설

$\triangle AOC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle ACD = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다.

또한, 반원에 대한 원주각 $\angle ACB = 90^\circ$ 이고 \overline{CE} 의 이등분선이므로

$\angle ACE = \angle ACO + \angle DCE$ 이다.

$$45^\circ = 36^\circ + \angle DCE$$

$$\therefore \angle DCE = 9^\circ$$

(원주각) = $\frac{1}{2} \times$ 중심각 이므로 $5.0\text{pt}\widehat{DE}$ 의 원주각이 9° 이므로

$5.0\text{pt}\widehat{DE}$ 의 중심각인 $\angle DOE = 9^\circ \times 2 = 18^\circ$ 이다.

19. 세 변의 길이가 다음과 같을 때 둔각삼각형인 것은?

① 4, 5, 6

② $\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}$, $\sqrt{15}$

③ 6, 8, 10

④ 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{5}$, $\sqrt{11}$, 5

해설

$5^2 > (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{11})^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

20. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90^\circ$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

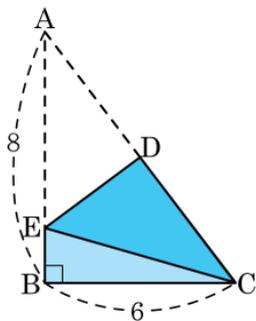
⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.

㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90^\circ$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형이고 \overline{DE} 를 접선으로 점 A 가 점 C 와 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이와 $\triangle ECB$ 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{117}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ 이고

$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로

$$(8 - x)^2 = x^2 + 6^2, x = \frac{7}{4} \text{ 이고,}$$

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2, \overline{AC} = 10 \text{ 이다.}$$

$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로

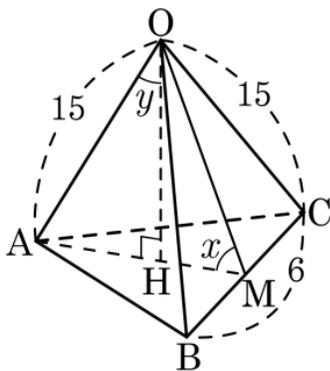
$$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2, \overline{DE} = \frac{15}{4} \text{ 이다.}$$

$$\triangle EDC \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8} \text{ 이고,}$$

$$\triangle EBC \text{ 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times \frac{7}{4} \times 6 = \frac{21}{4} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 합은 } \frac{75}{8} + \frac{21}{4} = \frac{117}{8} \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 15 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, \overline{BC} 의 중점을 M 이라 하자. 이때, 정사면체의 높이 \overline{OH} 의 값을 구하여라.



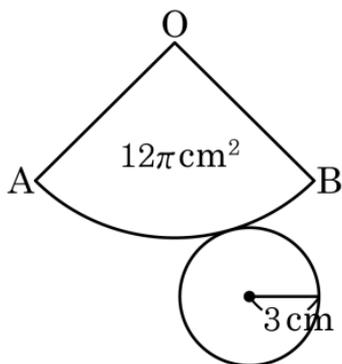
▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

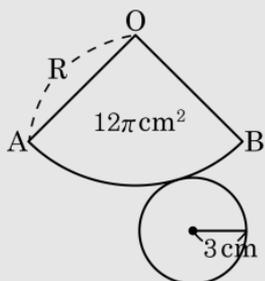
$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$$

23. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$ ② $\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $\sqrt{7}\text{cm}$
 ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{13}\text{cm}$

해설

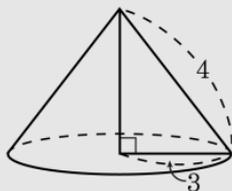


밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

부채꼴 넓이가 $S = \frac{1}{2}Rl = \frac{1}{2} \times R \times 6\pi = 3\pi R = 12\pi$ 이므로

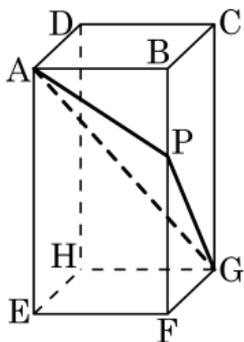
$R = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

24. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AE} = 5$ 이고, \overline{AG} 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 \overline{BF} 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 18

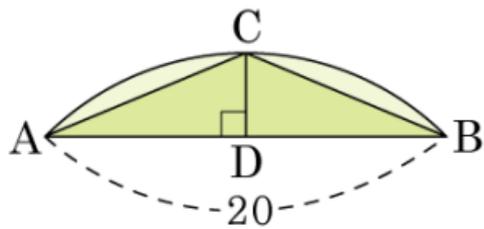
해설

$$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$$

$$\text{또, 대각선 } \overline{AG} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 8$$

$$\therefore (\triangle PAG \text{의 둘레의 길이}) = 10 + 8 = 18$$

25. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② $20\sqrt{2}$

③ 20

④ 25

⑤ $24\sqrt{5}$

해설

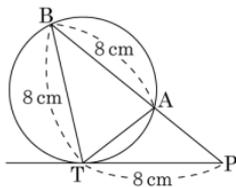
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

26. 다음 그림에서 직선 PT 는 원의 접선이고 $\overline{AB} = \overline{BT} = \overline{PT} = 8$ cm 일 때, \overline{AT} 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-4 + 4\sqrt{5}$

해설

\overline{PT} 는 원의 접선이므로 $\angle ATP = \angle ABT$

$\angle APT = \angle ABT$ 이므로

$\angle ATP = \angle APT$

따라서 $\triangle PAT$ 는 $\overline{AT} = \overline{AP}$ 인 이등변삼각형이다.

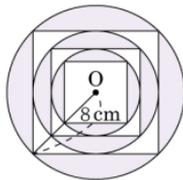
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로

$\overline{AT} = \overline{AP}$ 를 x 라고 하면

$$8^2 = x \times (x + 8)$$

$$x^2 + 8x - 64 = 0 \quad \therefore x = -4 + 4\sqrt{5} \quad (\because x > 0)$$

27. 다음 그림과 같이 크기가 다른 원과 정사각형들이 서로 연이어 접하고 있다. 바깥쪽 큰 원의 반지름이 8cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 고르면?

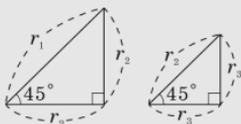


- ① $(112\pi - 224)\text{cm}^2$ ② $(114\pi - 228)\text{cm}^2$
 ③ $(116\pi - 232)\text{cm}^2$ ④ $(118\pi - 236)\text{cm}^2$
 ⑤ $(120\pi - 240)\text{cm}^2$

해설

가장 바깥쪽의 원의 반지름부터

r_1, r_2, r_3 라 하면



이므로

$r_1 = 8(\text{cm})$, $r_2 = 4\sqrt{2}(\text{cm})$, $r_3 = 4(\text{cm})$ 이다.

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이부터 순서대로 x_1, x_2, x_3 라 하면

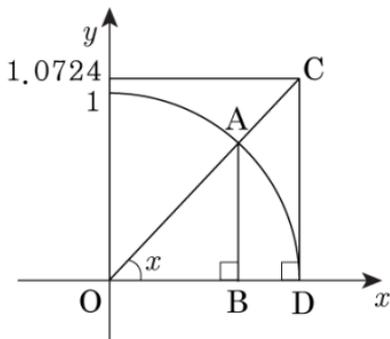
$$x_1 = 2r_2 = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$x_2 = r_1 = 8(\text{cm})$$

$$x_3 = r_2 = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$(\text{색칠한 부분의 넓이}) = (64\pi - 128) + (32\pi - 64) + (16\pi - 32) = 112\pi - 224(\text{cm}^2)$$

28. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 \overline{BD} 의 길이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.2807

② 0.3179

③ 0.6821

④ 0.7314

⑤ 0.9657

해설

$$\tan x = \overline{CD} = 1.0724$$

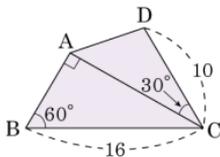
$$\therefore x = 47^\circ$$

$$\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB} \text{ 이므로}$$

$$\overline{OB} = \cos x = \cos 47^\circ$$

$$\therefore \overline{BD} = 1 - 0.6821 = 0.3179$$

29. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는?



① 8

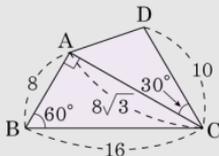
② $8\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{3}$

④ $52\sqrt{3}$

⑤ $104\sqrt{3}$

해설



$$\overline{AB} = 16 \cos 60^\circ = 8$$

$$\overline{AC} = 16 \times \sin 60^\circ = 8\sqrt{3}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \times \sin 60^\circ = 32\sqrt{3}$$

$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 10 \times 8\sqrt{3} \times \sin 30^\circ = 20\sqrt{3}$$

따라서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는 $\triangle ABC - \triangle ACD = 12\sqrt{3}$ 이다.

30. 원 O의 외부의 한 점 P에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, 선분 BT는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 1$, $\overline{PT} = 3$ 일 때, 삼각형 PTB의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $9\sqrt{2}$

해설

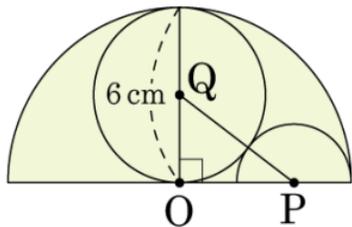
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 9 = 1 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 9$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

따라서 삼각형 PTB의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3 = 9\sqrt{2}$

31. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 6cm일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



① 1 cm

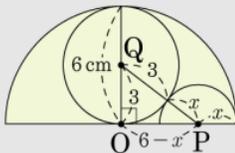
② 2 cm

③ 2.5 cm

④ 3 cm

⑤ 4 cm

해설



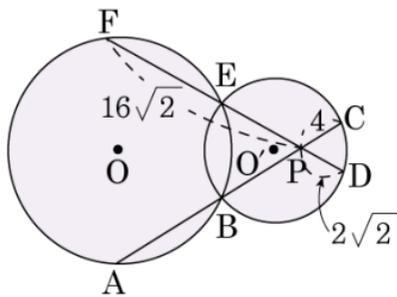
작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서

$$\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$$

$$\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$$

$$\therefore x = 2$$

32. 다음 그림과 같이 두 원의 교점 B, E를 지나는 두 직선이 점 P에서 만나고, $\overline{CP} = 4$, $\overline{DP} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PF} = 16\sqrt{2}$ 일 때, \overline{PA} 의 길이를 구하여라.



- ① 18 ② 22 ③ 28
 ④ 30 ⑤ 32

해설

$$\text{원 } O \text{에서 } \overline{PB} \times \overline{PA} = \overline{PE} \times \overline{PF}, \quad \frac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PA}}{\overline{PF}}$$

$$\text{원 } O' \text{에서 } \overline{PB} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PD}, \quad \frac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$$

$$\therefore \frac{\overline{PA}}{\overline{PF}} = \frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$$

$$\therefore \overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PC} \times \overline{PF}$$

$$\overline{PA} \times 2\sqrt{2} = 4 \times 16\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{PA} = 32$$

33. 한 변의 길이가 r 인 정사각형 ABCD 의 외접원에서 호 AB 위에 임의의 한 점 P 를 잡을 때, $\frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}}$ 의 값을 r 을 사용하여 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{2}$

해설

대각선 BD 의 길이는 $\sqrt{2}r$

사각형 BCDP 도 정사각형의 외접원에 외접하므로

$$\overline{PB} \cdot \overline{CD} + \overline{PD} \cdot \overline{BC} = \overline{PC} \cdot \overline{BD}$$

$$r\overline{PB} + r\overline{PD} = \sqrt{2}r\overline{PC}, \overline{PB} + \overline{PD} = \sqrt{2}\overline{PC}$$

$$\therefore \frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}} = \sqrt{2}$$